

ZÁKLADY STAVITELSTVÍ

5. Přednáška

Napětí na prutu

Ing. Tomáš Kadlíček, Ph.D.

OBSAH

- **NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU**
 - **TEORIE**
 - **PŘÍKLADY**
- **SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU**
- **ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ**
- **DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU**
- **STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE**

- **NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU**
 - **TEORIE**
 - PŘÍKLADY
- SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU
- ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ
- DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU
- STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

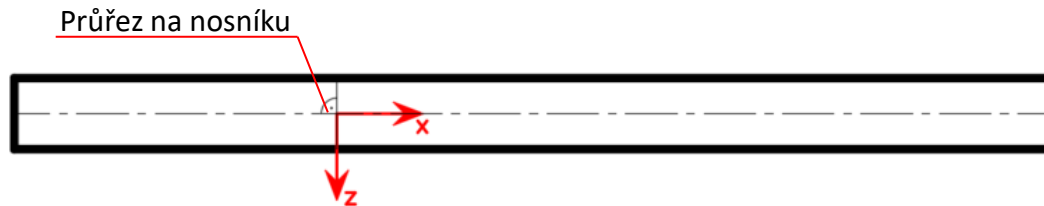
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy}, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx}, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

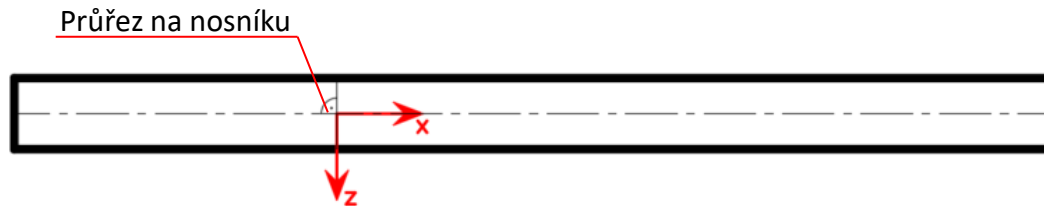
$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

$$\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0$$

Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

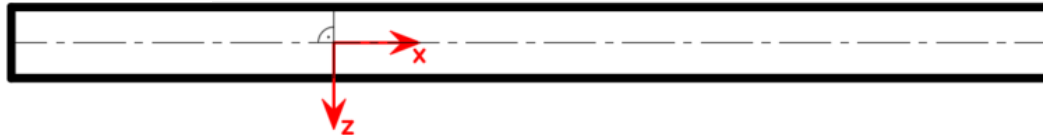
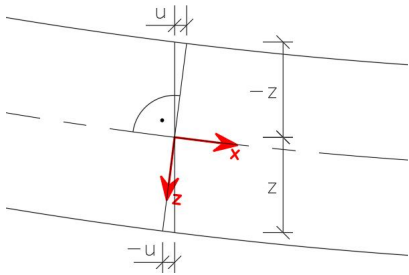
$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

$$\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0$$

$$u(x, y, z) = -\frac{dv}{dx}y + u_0(x, z)$$

Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

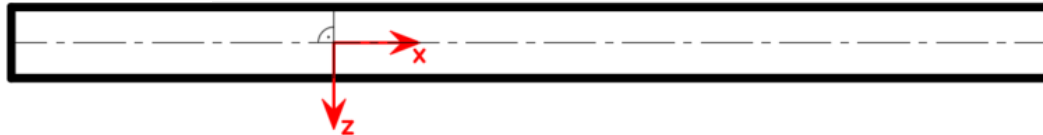
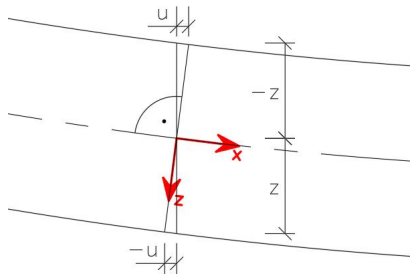
$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

$$\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0,$$

$$\frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0$$

$$u(x, y, z) = -\frac{dv}{dx}y + u_0(x, z)$$

$$\frac{dw}{dx} + \frac{u_0(x, z)}{dz} = 0$$

Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

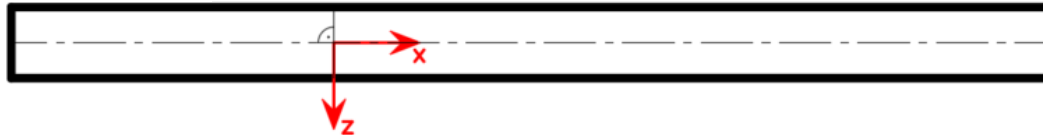
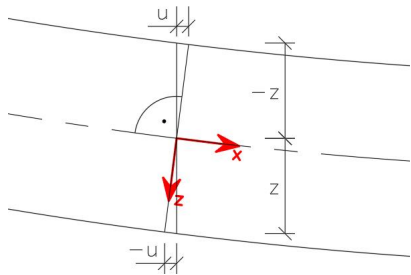
$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

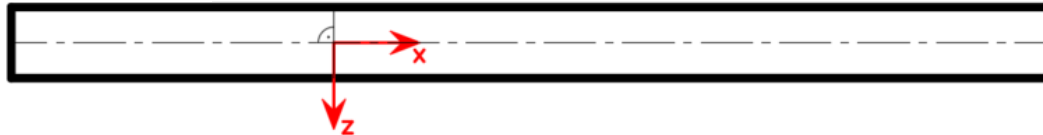
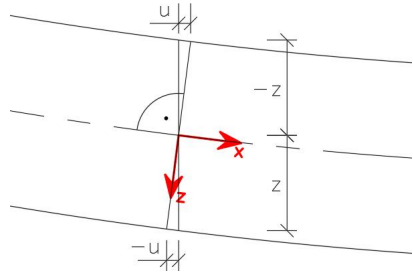
$$\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0$$

$$u(x, y, z) = -\frac{dv}{dx}y + u_0(x, z)$$

$$\frac{dw}{dx} + \frac{u_0(x, z)}{dz} = 0$$

$$u_0(x, z) = -\frac{dw}{dx}z + u_1(x)$$

$$u(x, y, z) = u_1(x) - \frac{dv}{dx}y - \frac{dw}{dx}z$$



Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$$

NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

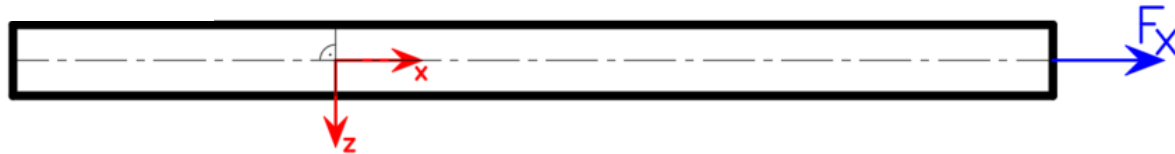
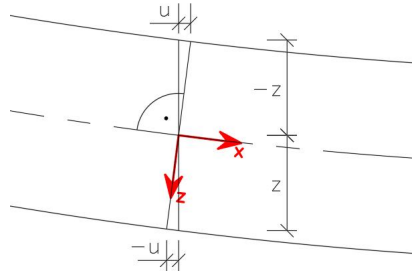
$$\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0$$

$$u(x, y, z) = -\frac{dv}{dx}y + u_0(x, z)$$

$$\frac{dw}{dx} + \frac{u_0(x, z)}{dz} = 0$$

$$u_0(x, z) = -\frac{dw}{dx}z + u_1(x)$$

$$u(x, y, z) = u_1(x) - \frac{dv}{dx}y - \frac{dw}{dx}z$$



Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$$

NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

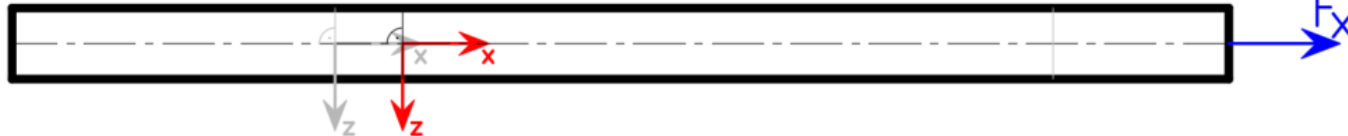
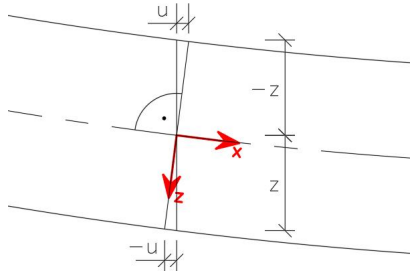
$$\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0$$

$$u(x, y, z) = -\frac{dv}{dx}y + u_0(x, z)$$

$$\frac{dw}{dx} + \frac{u_0(x, z)}{dz} = 0$$

$$u_0(x, z) = -\frac{dw}{dx}z + u_1(x)$$

$$u(x, y, z) = u_1(x) - \frac{dv}{dx}y - \frac{dw}{dx}z$$



Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \frac{du}{dx}$$

NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

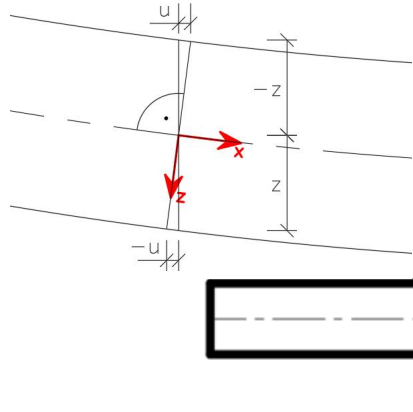
$$\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0$$

$$u(x, y, z) = -\frac{dv}{dx}y + u_0(x, z)$$

$$\frac{dw}{dx} + \frac{u_0(x, z)}{dz} = 0$$

$$u_0(x, z) = -\frac{dw}{dx}z + u_1(x)$$

$$u(x, y, z) = u_1(x) - \frac{dv}{dx}y - \frac{dw}{dx}z$$



Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \frac{du}{dx}$$

NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

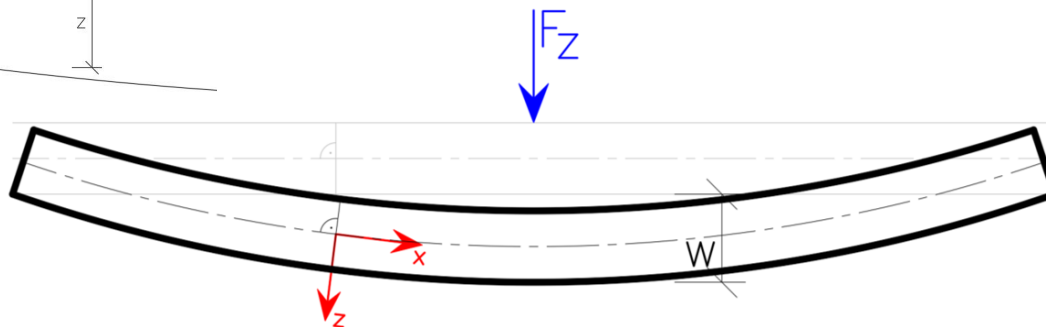
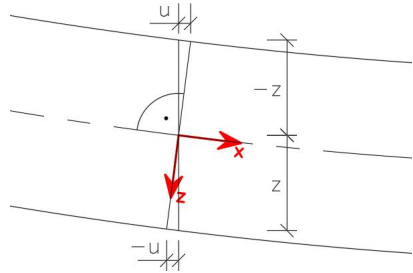
$$\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0$$

$$u(x, y, z) = -\frac{dv}{dx}y + u_0(x, z)$$

$$\frac{dw}{dx} + \frac{u_0(x, z)}{dz} = 0$$

$$u_0(x, z) = -\frac{dw}{dx}z + u_1(x)$$

$$u(x, y, z) = u_1(x) - \frac{dv}{dx}y - \frac{dw}{dx}z$$



Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \frac{du}{dx} = E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx}y - \frac{dw}{dx}z \right)$$

NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Vnitřní síly lze z normálového napětí vyjádřit jako:

$$N_x = \int_A \sigma_x dA$$

Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

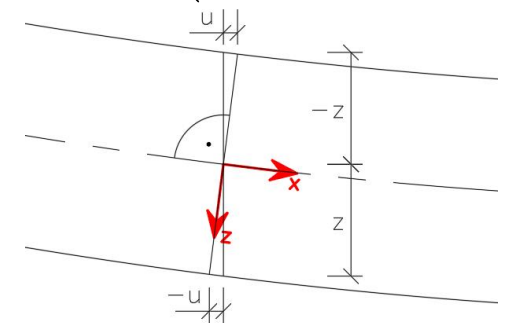
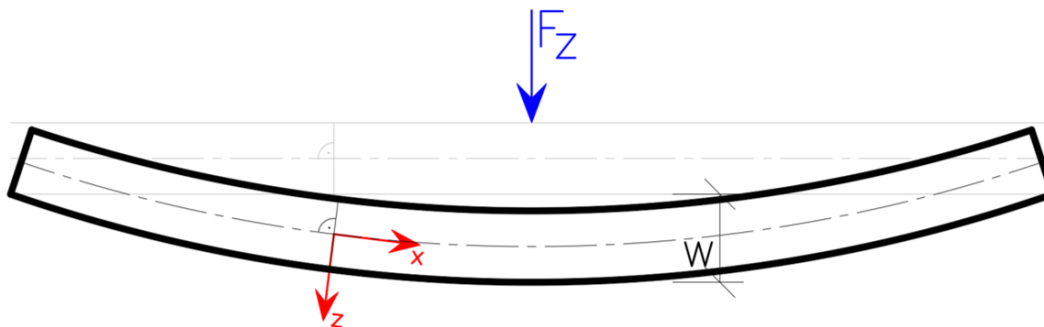
$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \frac{du}{dx} = E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right)$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Vnitřní síly lze z normálového napětí vyjádřit jako:

$$N_x = \int_A \sigma_x dA$$

$$M_y = \int_A \sigma_x \cdot z dA = N \cdot z$$

$$-M_z = \int_A \sigma_x \cdot y dA = N \cdot y$$

Takto vypočítané vnitřní síly neprozradí nic o způsobu zatížení (osamělá síla, spojitě zatížení), pouze jejich velikost z působícího napětí.

Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

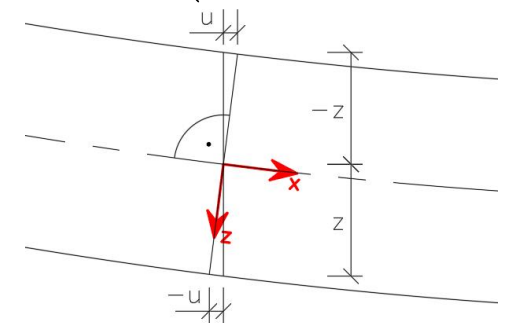
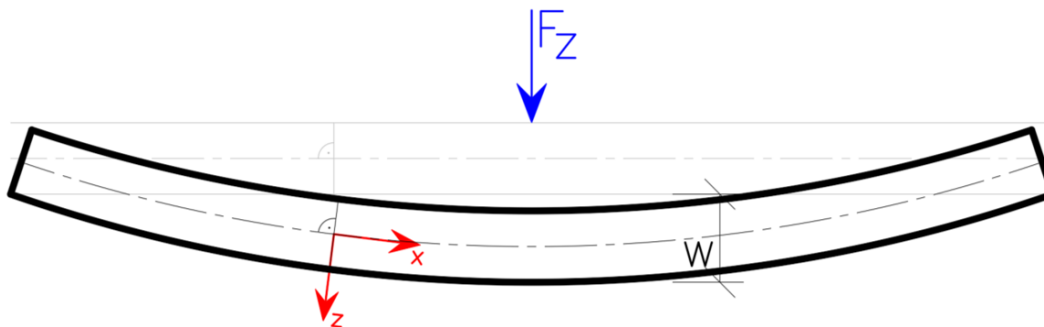
$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \frac{du}{dx} = E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right)$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Vnitřní síly lze z normálového napětí vyjádřit jako:

$$N_x = \int_A \sigma_x \, dA$$

$$M_y = \int_A \sigma_x \cdot z \, dA = N \cdot z$$

$$-M_z = \int_A \sigma_x \cdot y \, dA = N \cdot y$$

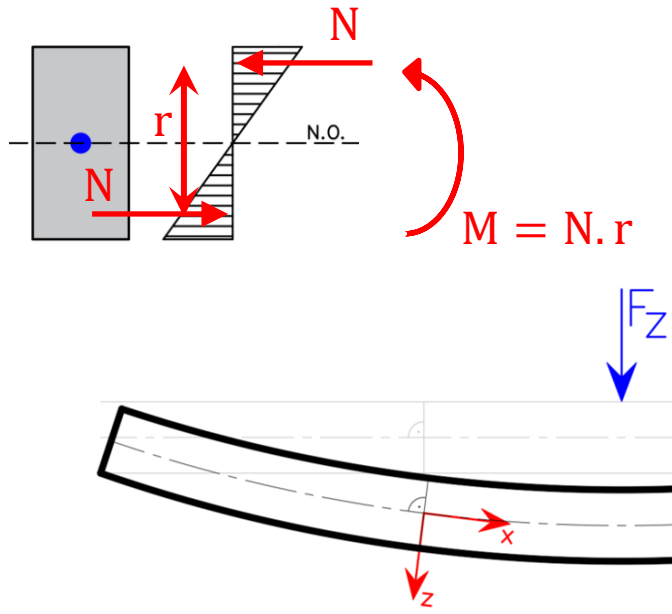
Takto vypočítané vnitřní síly neprozradí nic o způsobu zatížení (osamělá síla, spojité zatížení), pouze jejich velikost z působícího napětí.

Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

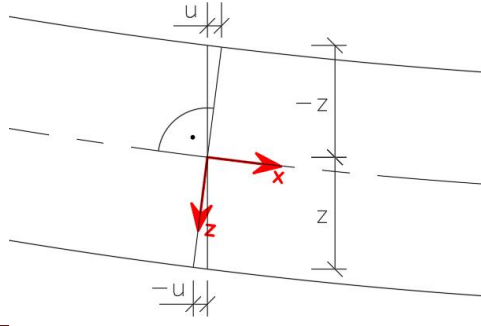
$$\epsilon_x = \frac{du}{dx} \, , \quad \epsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \epsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dw} + \frac{dw}{dy} = 0$$



Zbylé deformace jsou v porovnání s ϵ_x **zanedbatelné**.
 Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.
 Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \epsilon_x = E \frac{du}{dx} = E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right)$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Vnitřní síly lze z normálového napětí vyjádřit jako:

$$N_x = \int_A E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right) dA$$

$$M_y = N \cdot z = \int_A E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right) \cdot z dA$$

$$-M_z = N \cdot y = \int_A E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right) \cdot y dA$$

Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

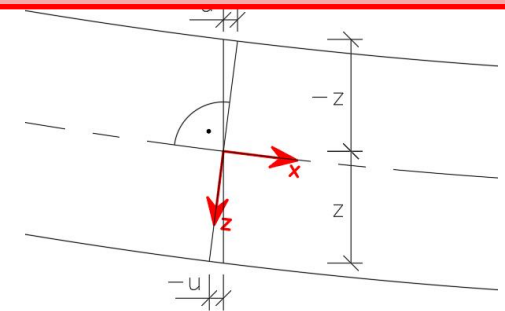
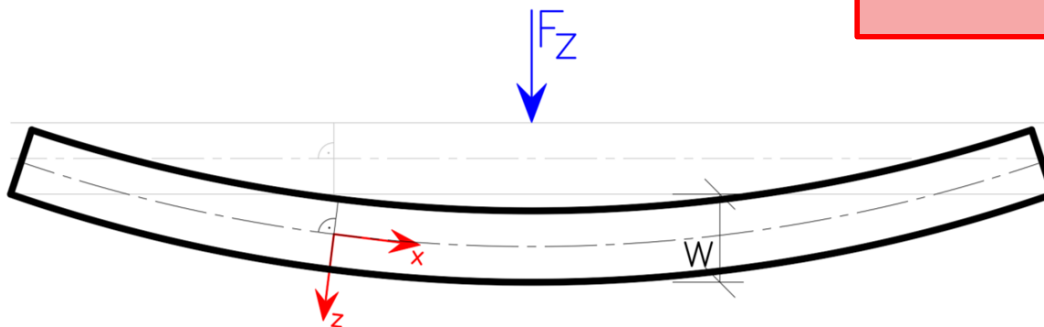
$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \frac{du}{dx} = E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right)$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Vnitřní síly lze z normálového napětí vyjádřit jako:

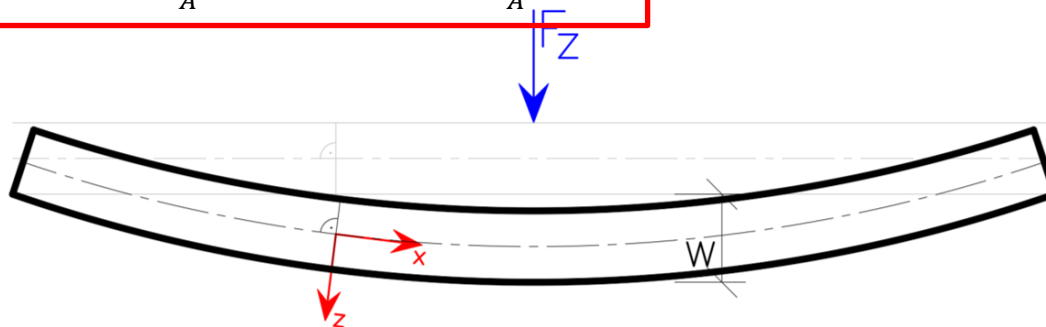
$$N_x = \int_A E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right) dA$$

$$M_y = N \cdot z = \int_A E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right) \cdot z dA$$

$$-M_z = N \cdot y = \int_A E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right) \cdot y dA$$

$$A = \int_A dA, \quad S_{xy} = \int_A z dA, \quad S_{xz} = \int_A y dA$$

$$I_z = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A z^2 dA, \quad D_{yz} = \int_A yz dA$$



Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

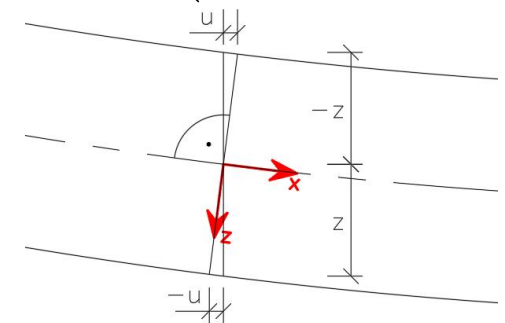
$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \frac{du}{dx} = E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right)$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Vnitřní síly lze z normálového napětí vyjádřit jako:

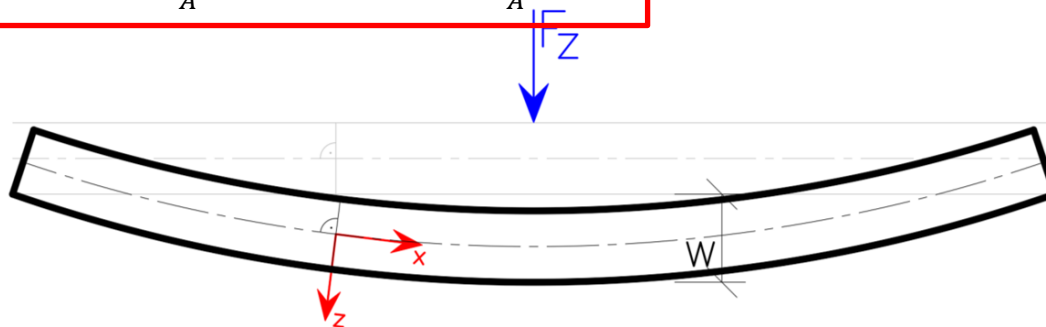
$$N_x = E \left(A \frac{du}{dx} + S_{xz} \frac{d^2 v}{dx^2} + S_{xy} \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

$$M_y = E \left(S_{xy} \frac{du}{dx} + D_{yz} \frac{d^2 v}{dx^2} + I_y \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

$$-M_z = E \left(S_{xy} \frac{du}{dx} + I_z \frac{d^2 v}{dx^2} + D_{yz} \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

$$A = \int_A dA, \quad S_{xy} = \int_A z dA, \quad S_{xz} = \int_A y dA$$

$$I_z = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A z^2 dA, \quad D_{yz} = \int_A yz dA$$



Prut – jeden z rozměrů (délka L) značně převyšuje nad dvěma zbylými rozměry (šířka B , výška H)

Geometrické rovnice

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \varepsilon_y = \frac{dv}{dy} = 0, \quad \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} = 0,$$

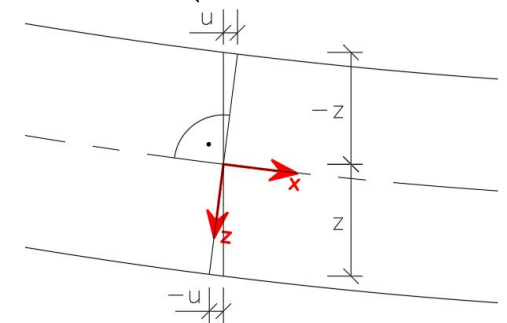
$$\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} = 0, \quad \gamma_{yz} = \frac{dv}{dw} + \frac{dw}{dy} = 0$$

Zbylé deformace jsou v porovnání s ε_x **zanedbatelné**.

Poissonovo číslo tedy rovněž nabývá hodnoty $\nu = 0$.

Výpočet napětí se tak redukuje na základní formu Hookova zákona:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \frac{du}{dx} = E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right)$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Vnitřní síly lze z normálového napětí vyjádřit jako:

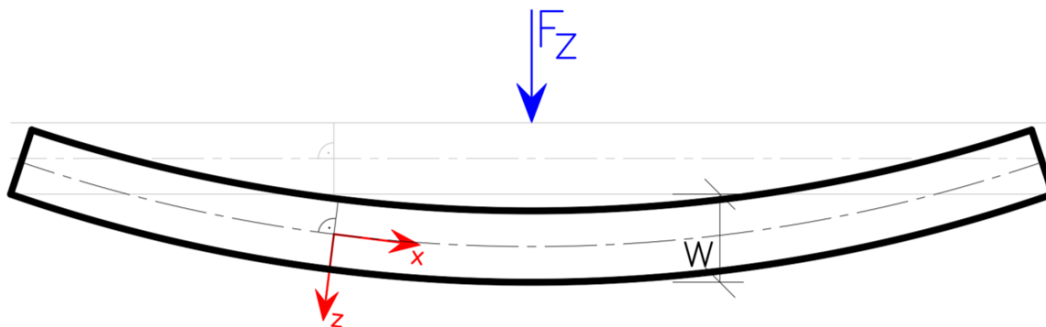
$$N_x = E \left(A \frac{du}{dx} + 0 + 0 \right)$$

$$M_y = E \left(0 + D_{yz} \frac{d^2 v}{dx^2} + I_y \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

$$-M_z = E \left(0 + I_z \frac{d^2 v}{dx^2} + D_{yz} \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

Pokud neutrální osa (souřadnicová soustava) prochází těžištěm prutu, pak

$$S_{xy} = 0, \quad S_{xz} = 0$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Vnitřní síly lze z normálového napětí vyjádřit jako:

$$N_x = E \left(A \frac{du}{dx} + 0 + 0 \right)$$

$$M_y = E \left(0 + D_{yz} \frac{d^2 v}{dx^2} + I_y \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

$$-M_z = E \left(0 + I_z \frac{d^2 v}{dx^2} + D_{yz} \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

Pokud neutrální osa (souřadnicová soustava) prochází těžištěm prutu, pak

$$S_{xy} = 0, \quad S_{xz} = 0$$

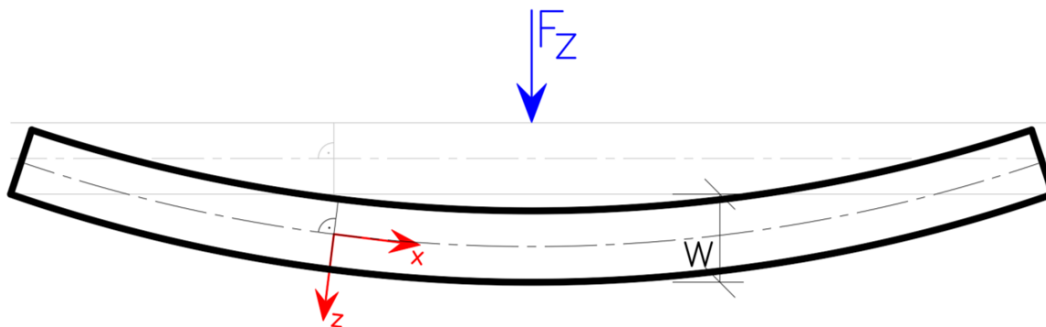
Ze soustavy rovnic lze partiální derivace vyjádřit jako:

$$\frac{du}{dx} = \frac{N_x}{EA}$$

$$-\frac{d^2 v}{dx^2} = -M_z \frac{I_y}{EI} - M_y \frac{D_{yz}}{EI}$$

$$-\frac{d^2 w}{dx^2} = M_z \frac{D_{yz}}{EI} + M_y \frac{I_z}{EI}$$

$$I = I_y I_z - D_{yz}^2$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Vnitřní síly lze z normálového napětí vyjádřit jako:

$$N_x = E \left(A \frac{du}{dx} + 0 + 0 \right)$$

$$M_y = E \left(0 + D_{yz} \frac{d^2 v}{dx^2} + I_y \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

$$-M_z = E \left(0 + I_z \frac{d^2 v}{dx^2} + D_{yz} \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

Pokud neutrální osa (souřadnicová soustava) prochází těžištěm prutu, pak

$$S_{xy} = 0, \quad S_{xz} = 0$$

Ze soustavy rovnic lze parciální derivace vyjádřit jako:

$$\frac{du}{dx} = \frac{N_x}{EA}$$

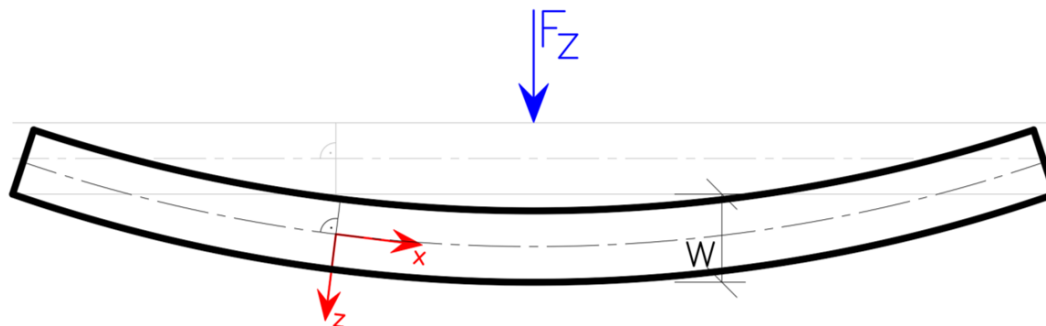
$$-\frac{d^2 v}{dx^2} = -M_z \frac{I_y}{EI} + M_y \frac{D_{yz}}{EI}$$

$$-\frac{d^2 w}{dx^2} = M_z \frac{D_{yz}}{EI} + M_y \frac{I_z}{EI}$$

$$I = I_y I_z - D_{yz}^2$$

EA – Normálová tuhost (tuhost v tlaku/tahu) [N]

EI – Ohybová tuhost [Nm²]



Tuhost – velikost napětí způsobená jednotkovým přetvořením

Poddajnost – velikost přetvoření způsobená jednotkovým napětím

NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Dosazením získáme rovnici normálového napětí:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \frac{du}{dx} = E \frac{1}{dx} \left(u(x) - \frac{dv}{dx} y - \frac{dw}{dx} z \right)$$

NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Dosazením získáme rovnici normálového napětí:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z$$

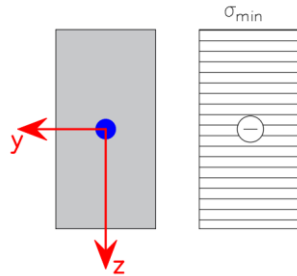
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Dosazením získáme rovnici normálového napětí:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z$$

Pokud: $M_y = 0, M_z = 0$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} \Rightarrow \text{Prostý tlak/tah}$$



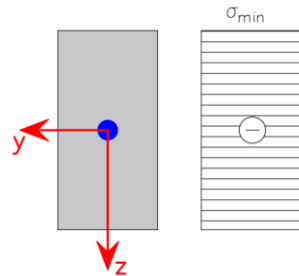
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Dosazením získáme rovnici normálového napětí:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z$$

Pokud: $M_y = 0, M_z = 0$

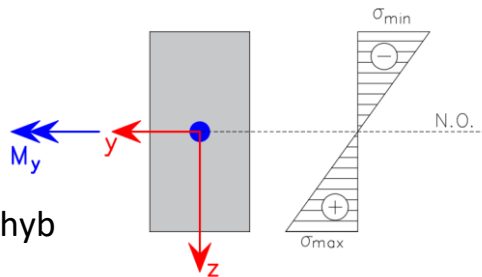
$$\sigma_x = \frac{N}{A} \Rightarrow \text{Prostý tlak/tah}$$



Pokud: $N = 0, D_{yz} = 0, M_y = 0 \vee M_z = 0$

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_y} y$$

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_z} z \Rightarrow \text{Prostý ohyb}$$



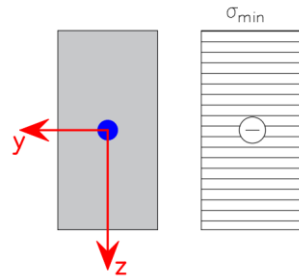
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Dosazením získáme rovnici normálového napětí:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z$$

Pokud: $M_y = 0, M_z = 0$

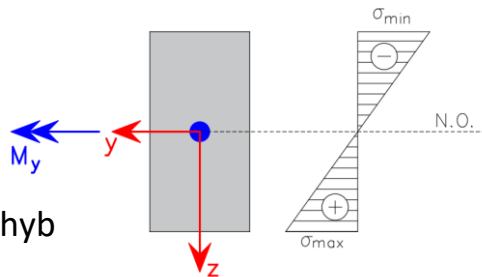
$$\sigma_x = \frac{N}{A} \Rightarrow \text{Prostý tlak/tah}$$



Pokud: $N = 0, D_{yz} = 0, M_y = 0 \vee M_z = 0$

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_y} y$$

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_z} z \Rightarrow \text{Prostý ohyb}$$



Řešení $\sigma_x = 0$ ($y = 0 \vee z = 0$) popisuje tzv. **neutrální osu**. Neutrální osa v tomto případě prochází těžištěm a je kolmá z rovině zatížení. **Maximální napětí tak vznikají v krajních vláknech průřezu** ($y_{\min}, y_{\max}, z_{\min}, z_{\max}$).

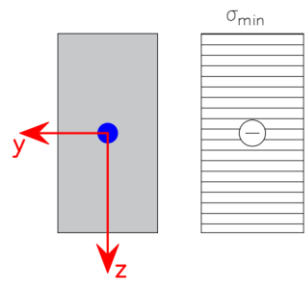
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Dosazením získáme rovnici normálového napětí:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z$$

Pokud: $M_y = 0, M_z = 0$

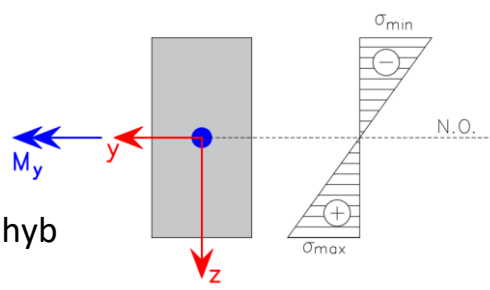
$$\sigma_x = \frac{N}{A} \Rightarrow \text{Prostý tlak/tah}$$



Pokud: $N = 0, D_{yz} = 0, M_y = 0 \vee M_z = 0$

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_y} y$$

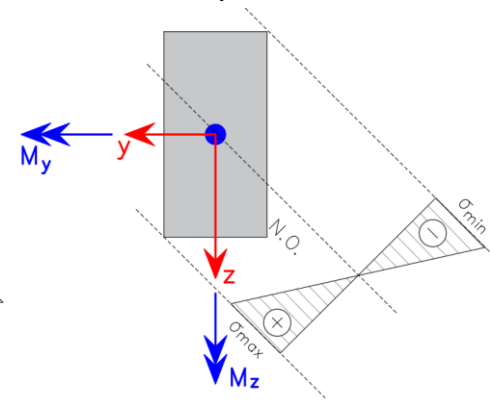
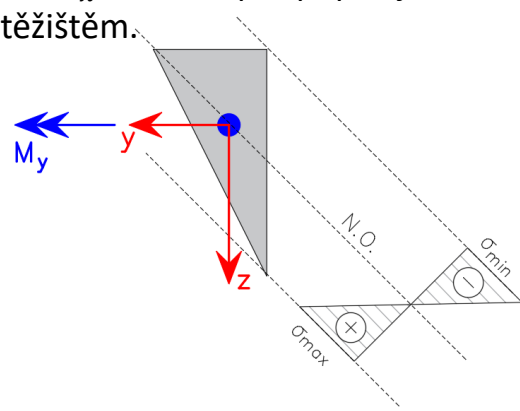
$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_z} z \Rightarrow \text{Prostý ohyb}$$



Pokud: $N = 0$

$$\sigma_x = -\frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \Rightarrow \text{Šikmý ohyb}$$

Pro $\sigma_x = 0$ se opět popisuje neutrální osa, která prochází těžištěm.



Řešení $\sigma_x = 0$ ($y = 0 \vee z = 0$) popisuje tzv. **neutrální osu**. Neutrální osa v tomto případě prochází těžištěm a je kolmá z rovině zatížení. **Maximální napětí tak vznikají v krajních vláknech průřezu** ($y_{min}, y_{max}, z_{min}, z_{max}$).

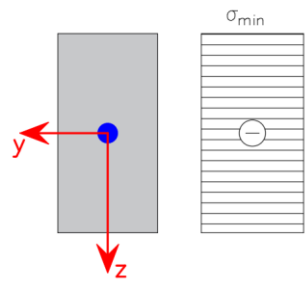
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Dosažením získáme rovnici normálového napětí:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z$$

Pokud: $M_y = 0, M_z = 0$

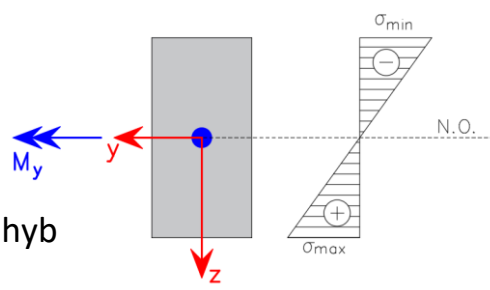
$$\sigma_x = \frac{N}{A} \Rightarrow \text{Prostý tlak/tah}$$



Pokud: $N = 0, D_{yz} = 0, M_y = 0 \vee M_z = 0$

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_y} y$$

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_z} z \Rightarrow \text{Prostý ohyb}$$

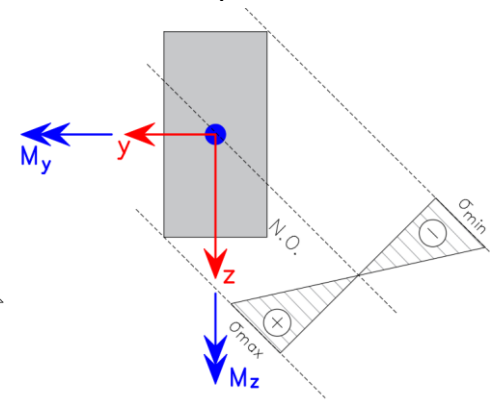
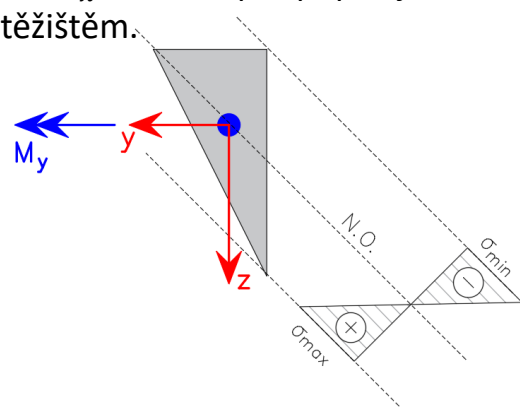


Řešení $\sigma_x = 0$ ($y = 0 \vee z = 0$) popisuje tzv. **neutrální osu**. Neutrální osa v tomto případě prochází těžištěm a je kolmá z rovině zatížení. **Maximální napětí tak vznikají v krajních vláknech průřezu** ($y_{min}, y_{max}, z_{min}, z_{max}$).

Pokud: $N = 0$

$$\sigma_x = -\frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \Rightarrow \text{Šikmý ohyb}$$

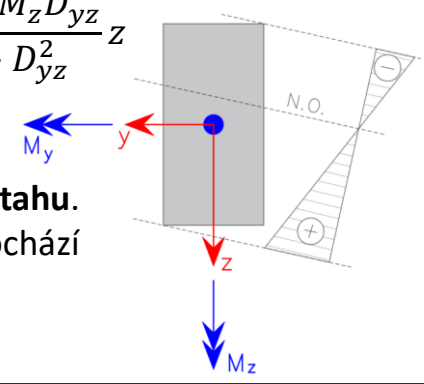
Pro $\sigma_x = 0$ se opět popisuje neutrální osa, která prochází těžištěm.



Rovnice

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z$$

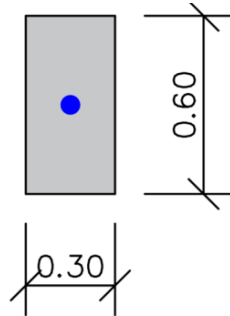
popisuje **kombinaci ohybu a tlaku/tahu**. Neutrální osa v tomto případě neprochází těžištěm prutu.



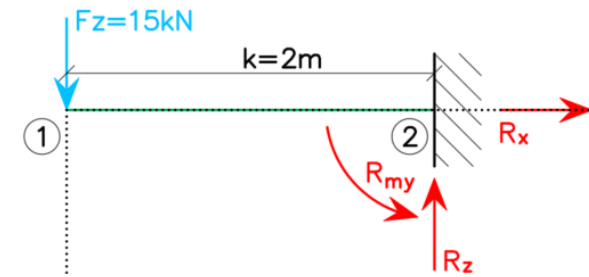
- **NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU**
 - **TEORIE**
 - PŘÍKLADY
- SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU
- ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ
- DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU
- STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- **NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU**
 - TEORIE
 - **PŘÍKLADY**
- SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU
- ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ
- DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU
- STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

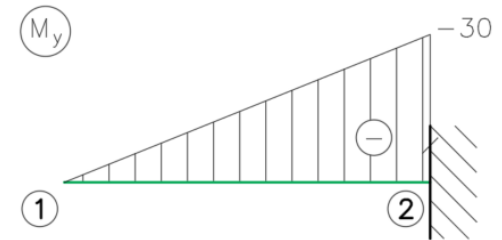
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z$$



Průběh vnitřních sil



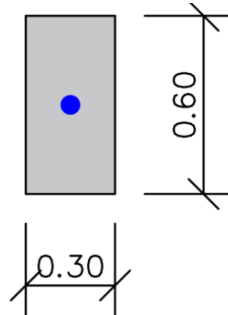
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Průřezové charakteristiky

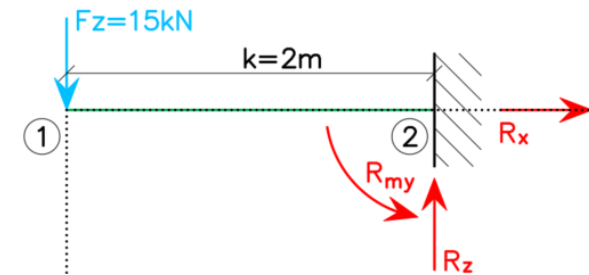
$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

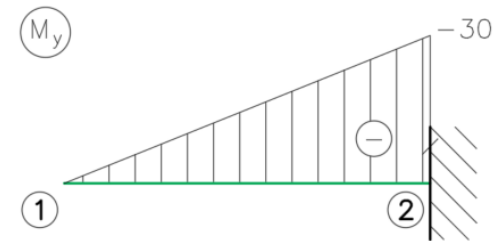
$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z$$



Průběh vnitřních sil



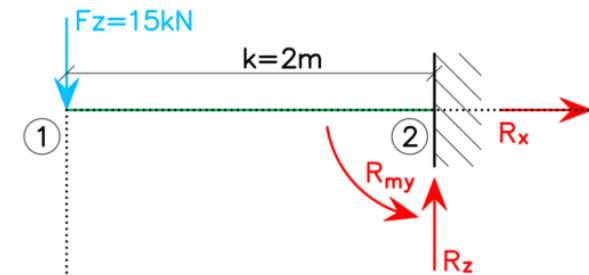
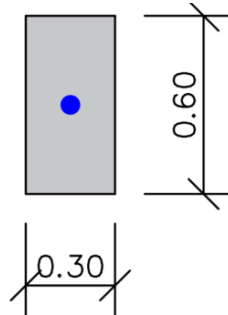
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Průřezové charakteristiky

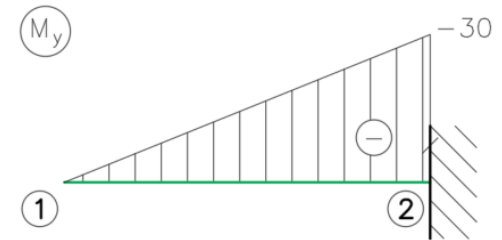
$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



Průběh vnitřních sil



$$\sigma_x = \frac{\cancel{N}}{A} - \frac{\cancel{M_z} I_y + \cancel{M_y} D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + \cancel{M_z} D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \quad N_0 = 0, M_z = 0, D_{yz} = 0$$

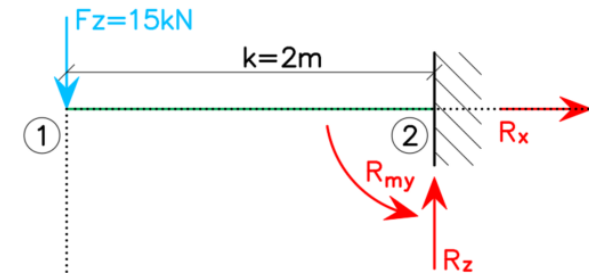
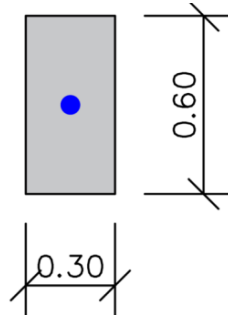
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Průřezové charakteristiky

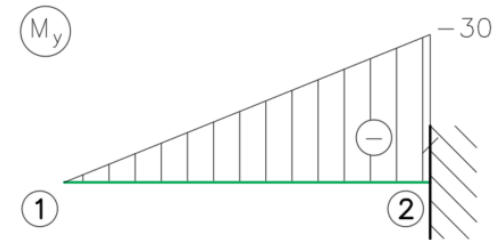
$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



Průběh vnitřních sil



$$\sigma_x = \frac{\cancel{N}}{A} - \frac{\cancel{M_z I_y} + \cancel{M_y D_{yz}}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + \cancel{M_z D_{yz}}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \quad N_0 = 0, M_z = 0, D_{yz} = 0$$

Poloha neutrální osy:

$$0 = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} z = -5\,555,5z$$

$$z = 0,0 \text{ m}$$

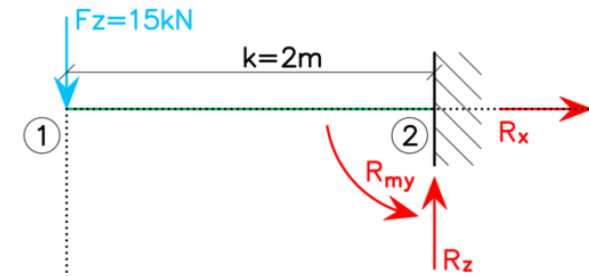
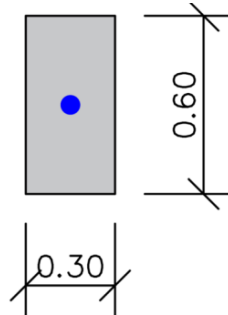
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Průřezové charakteristiky

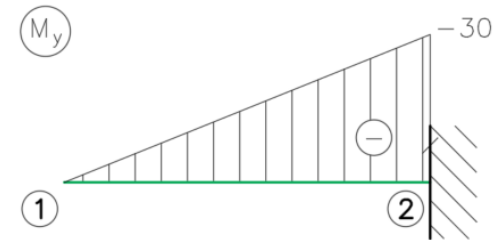
$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



Průběh vnitřních sil



Poloha neutrální osy:

$$0 = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} z = -5\,555,5z$$

$$z = 0,0 \text{ m}$$

Hodnoty normálového napětí:

$$\sigma_{x,min} = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} 0,3 = -1\,666,67 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{x,max} = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} (-0,3) = +1\,666,67 \text{ kPa}$$

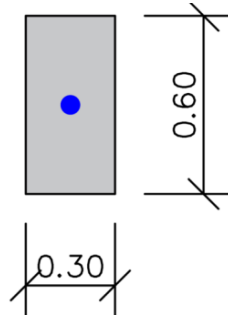
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \quad N_0 = 0, M_z = 0, D_{yz} = 0$$

Poloha neutrální osy:

$$0 = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} z = -5\,555,5 z$$

$$z = 0,0 \text{ m}$$

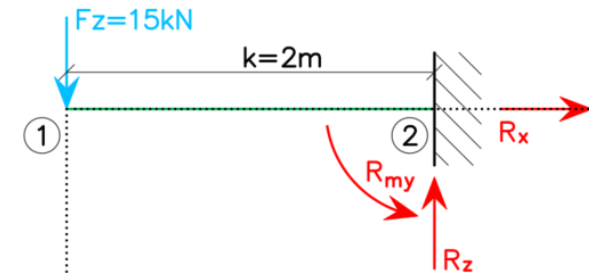
Hodnoty normálového napětí:

$$\sigma_{x,min} = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} \cdot 0,3 = -1\,666,67 \text{ kPa}$$

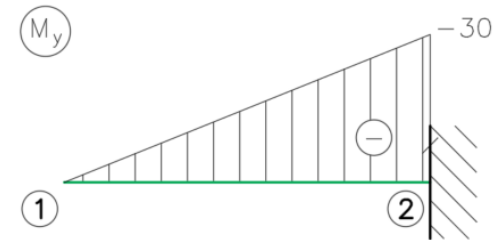
$$\sigma_{x,max} = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} \cdot (-0,3) = +1\,666,67 \text{ kPa}$$

Vzdálenost k „dolním vláknům“

Vzdálenost k „horním vláknům“



Průběh vnitřních sil



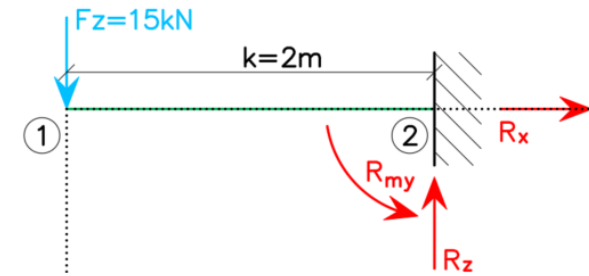
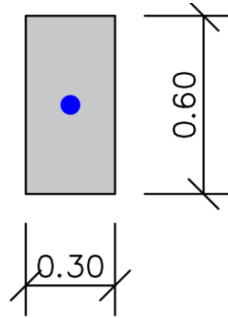
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Průřezové charakteristiky

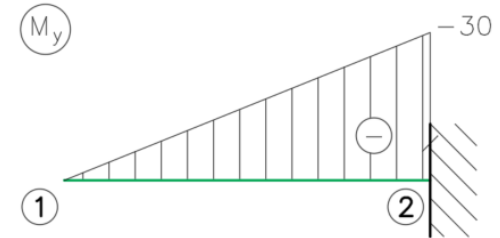
$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



Průběh vnitřních sil



Poloha neutrální osy:

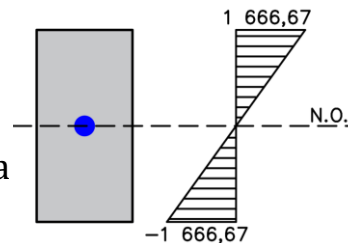
$$0 = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} z = -5\,555,5z$$

$$z = 0,0 \text{ m}$$

Hodnoty normálového napětí:

$$\sigma_{x,min} = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} 0,3 = -1\,666,67 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{x,max} = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} (-0,3) = +1\,666,67 \text{ kPa}$$



Tah

Tlak

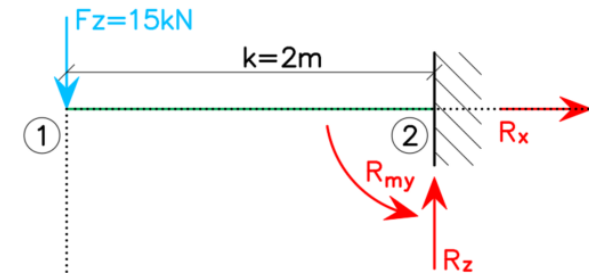
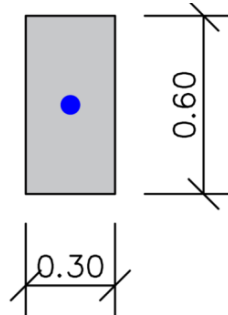
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Průřezové charakteristiky

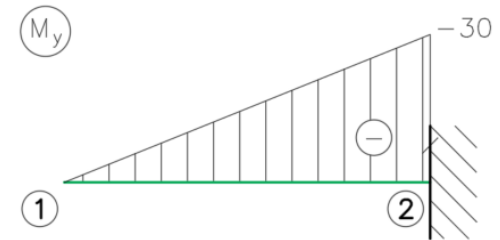
$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



Průběh vnitřních sil



Poloha neutrální osy:

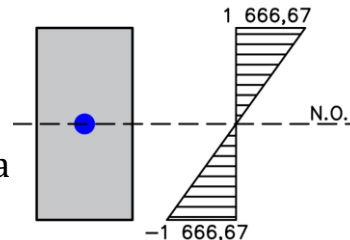
$$0 = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} z = -5\,555,5z$$

$$z = 0,0 \text{ m}$$

Hodnoty normálového napětí:

$$\sigma_{x,min} = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} 0,3 = -1\,666,67 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{x,max} = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{-30}{0,0054} (-0,3) = +1\,666,67 \text{ kPa}$$



Hodnoty normálového napětí použitím průřezového modulu $W_y = \frac{I_y}{z}$:

$$W_y = \frac{0,3}{0,0054}$$

$$\sigma_x = \frac{M_y}{W_y} = \pm \frac{-30}{0,018} = \pm 1\,666,67 \text{ kPa}$$

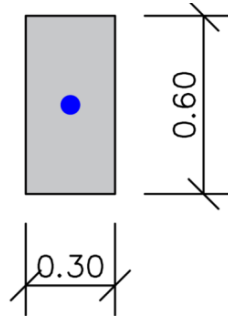
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



Normálová síla působící v průřezu

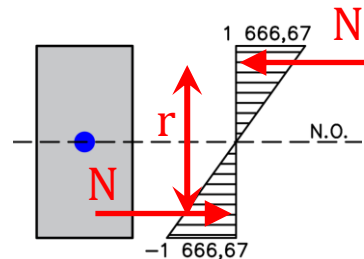
$$N = \frac{1}{2} \sigma_x \cdot B \cdot \frac{1}{2} H = \frac{1}{2} 1666,67 \cdot 0,3 \cdot \frac{1}{2} 0,6 = 75 \text{ kN}$$

Plocha na které působí napětí

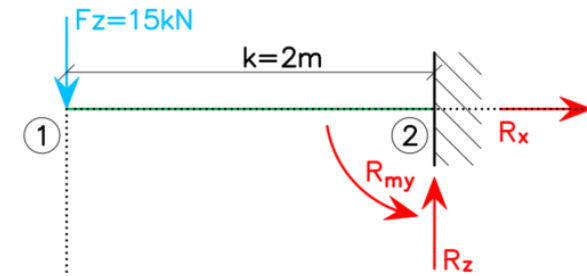
Trojúhelník napětí

Ohybový moment působící v průřezu

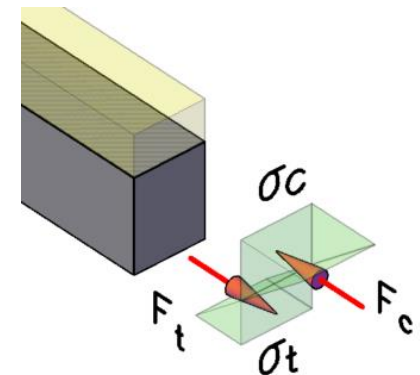
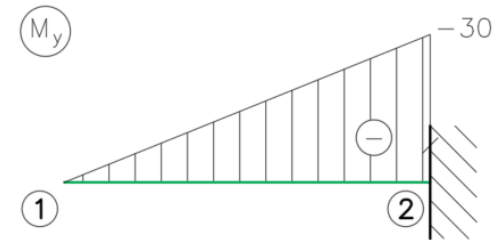
$$M = N \cdot r = N \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{H}{2} = 75 \cdot 0,4 = 30 \text{ kNm}$$



$$M = N \cdot r$$

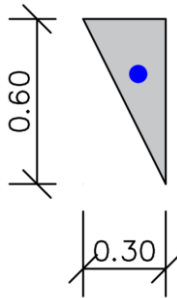


Průběh vnitřních sil

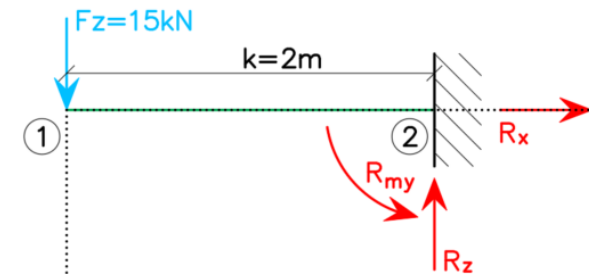


NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

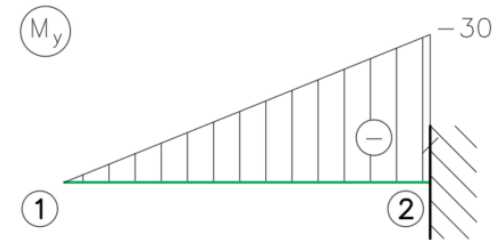
Průřezové charakteristiky



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z$$



Průběh vnitřních sil



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

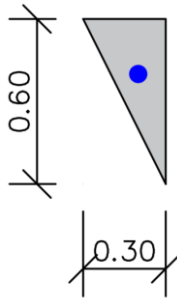
Průřezové charakteristiky

$$A = \frac{0,3 \cdot 0,6}{2} = 0,09 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{36} b h^3 = \frac{1}{36} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0018 \text{ m}^4$$

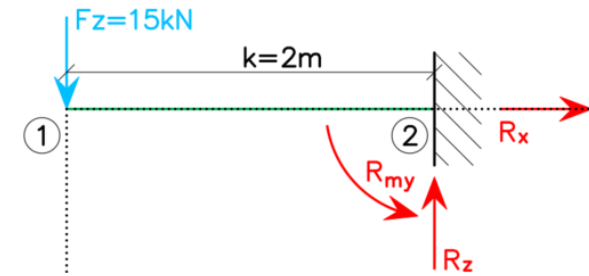
$$I_z = \frac{1}{36} b^3 h = \frac{1}{36} 0,3^3 \cdot 0,6 = 0,00045 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = -\frac{b^2 h^2}{72} \text{ m}^4 = -0,00045 \text{ m}^4$$

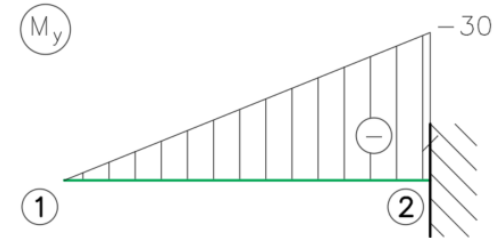


$$\sigma_x = \frac{\cancel{N}}{A} - \frac{\cancel{M_z} I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + \cancel{M_z} D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \quad N_0 = 0, M_z = 0$$

$$I = I_y I_z - D_{yz}^2 = 0,0018 \cdot 0,00045 - (-0,00045)^2 = 6,075 \cdot 10^{-7} \text{ m}^8$$



Průběh vnitřních sil



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

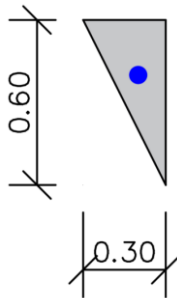
Průřezové charakteristiky

$$A = \frac{0,3 \cdot 0,6}{2} = 0,09 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{36} b h^3 = \frac{1}{36} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0018 \text{ m}^4$$

$$I_z = \frac{1}{36} b^3 h = \frac{1}{36} 0,3^3 \cdot 0,6 = 0,00045 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = -\frac{b^2 h^2}{72} \text{ m}^4 = -0,00045 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \quad N_0 = 0, M_z = 0$$

$$I = I_y I_z - D_{yz}^2 = 0,0018 \cdot 0,00045 - (-0,00045)^2 = 6,075 \cdot 10^{-7} \text{ m}^8$$

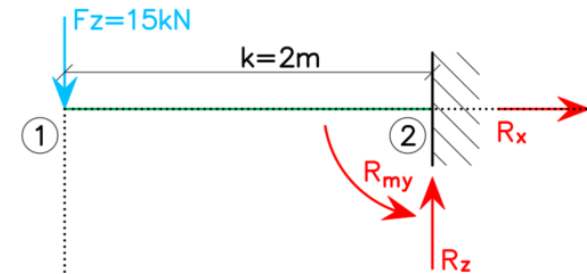
Poloha neutrální osy:

$$0 = -\frac{M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z}{I_y I_z - D_{yz}^2} z = -\frac{(-30) \cdot (-0,00045)}{6,075 \cdot 10^{-7}} y + \frac{(-30) \cdot 0,00045}{6,075 \cdot 10^{-7}} z,$$

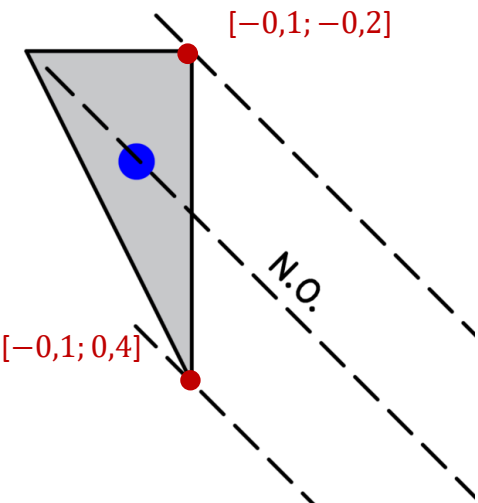
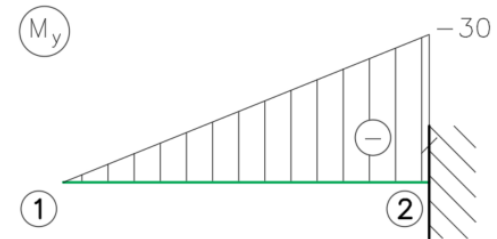
$$0 = -22\,222,2y - 22\,222,2z \quad \frac{y}{z} = -1$$



Deviační moment způsobuje vychýlení průřezu z roviny zatížení.



Průběh vnitřních sil



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

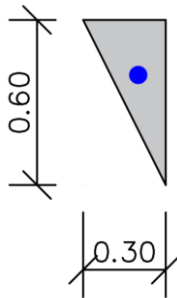
Průřezové charakteristiky

$$A = \frac{0,3 \cdot 0,6}{2} = 0,09 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{36} b h^3 = \frac{1}{36} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0018 \text{ m}^4$$

$$I_z = \frac{1}{36} b^3 h = \frac{1}{36} 0,3^3 \cdot 0,6 = 0,00045 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = -\frac{b^2 h^2}{72} \text{ m}^4 = -0,00045 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \quad N_0 = 0, M_z = 0$$

$$I = I_y I_z - D_{yz}^2 = 0,0018 \cdot 0,00045 - (-0,00045)^2 = 6,075 \cdot 10^{-7} \text{ m}^8$$

Poloha neutrální osy:

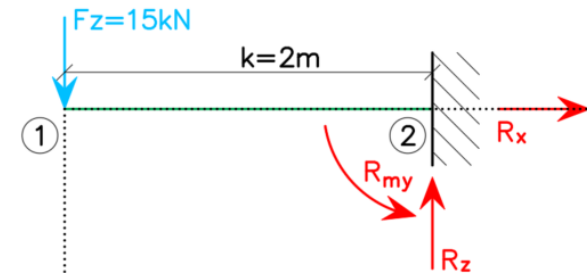
$$0 = -\frac{M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z}{I_y I_z - D_{yz}^2} z = -\frac{(-30) \cdot (-0,00045)}{6,075 \cdot 10^{-7}} y + \frac{(-30) \cdot 0,00045}{6,075 \cdot 10^{-7}} z,$$

$$0 = -22\,222,2y - 22\,222,2z \quad \frac{y}{z} = -1$$

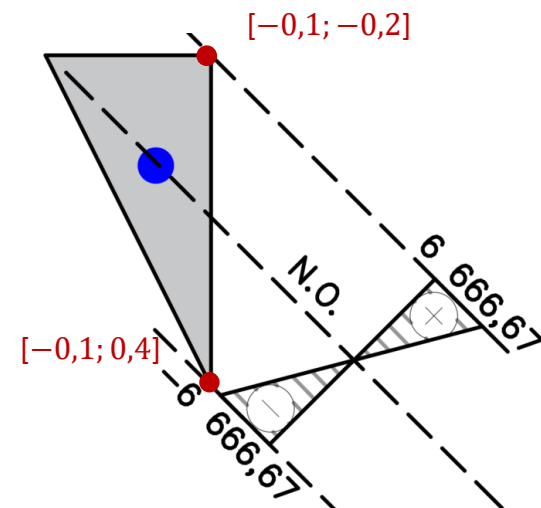
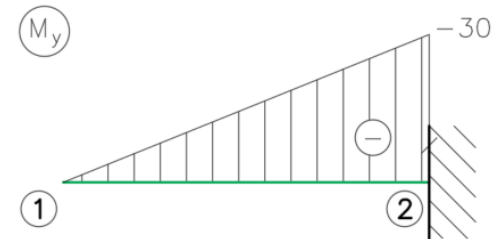
Hodnoty normálového napětí:

$$\sigma_{x,max} = -22\,222,2 \cdot (-0,1) - 22\,222,2 \cdot (-0,2) = 6\,666,67 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{x,min} = -22\,222,2 \cdot (-0,1) - 22\,222,2 \cdot 0,4 = -6\,666,67 \text{ kPa}$$



Průběh vnitřních sil



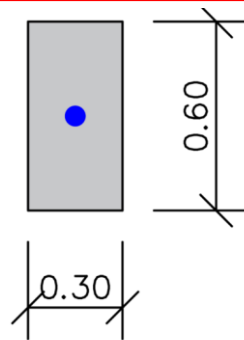
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Průřezové charakteristiky

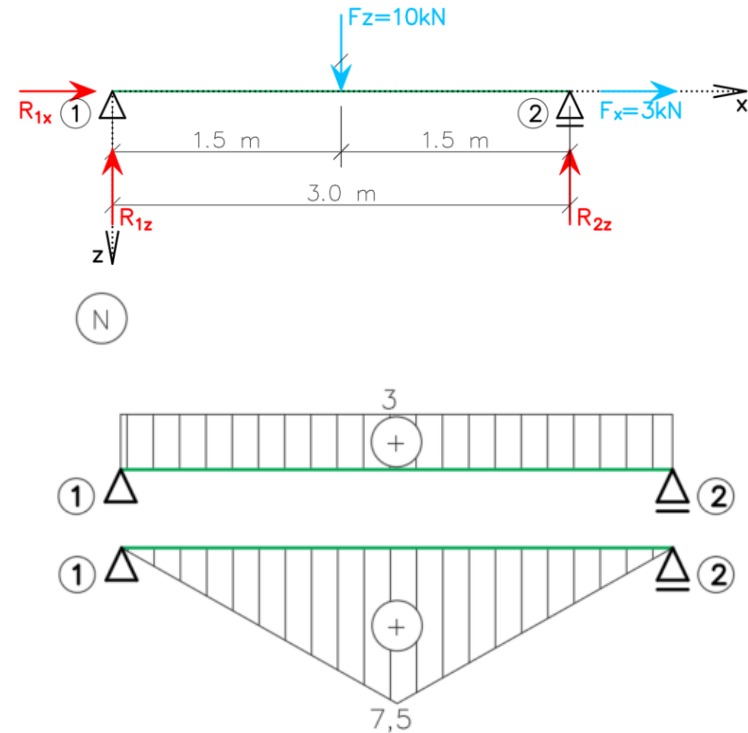
$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{\cancel{M_z I_y} + \cancel{M_y D_{yz}}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + \cancel{M_z D_{yz}}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \quad M_z = 0, D_{yz} = 0$$



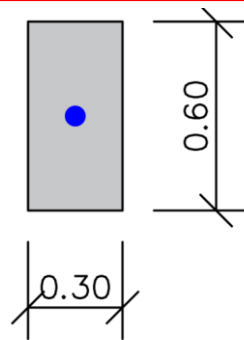
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

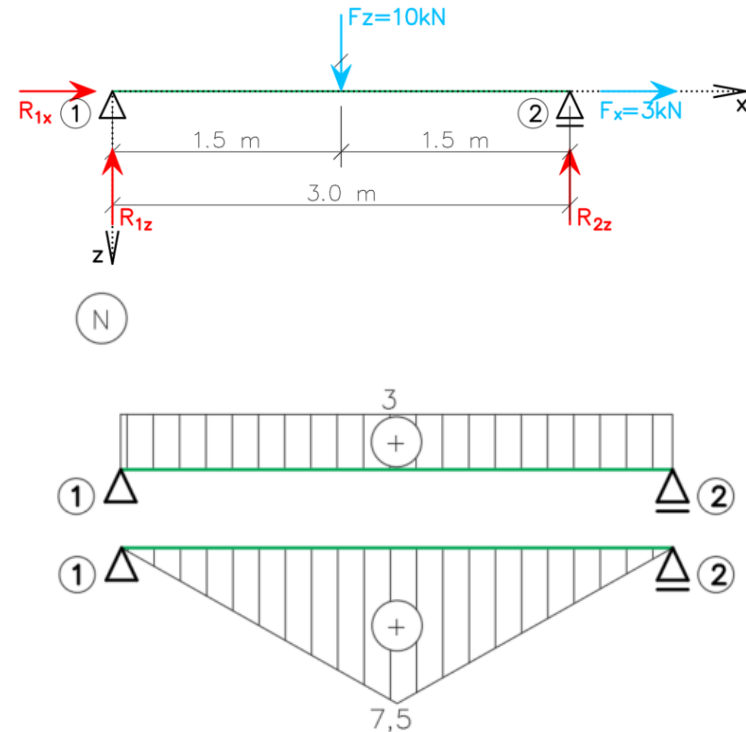


$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{\cancel{M_z I_y} + \cancel{M_y D_{yz}}}{I_y I_z - \cancel{D_{yz}^2}} y + \frac{M_y I_z + \cancel{M_z D_{yz}}}{I_y I_z - \cancel{D_{yz}^2}} z \quad M_z = 0, D_{yz} = 0$$

Poloha neutrální osy:

$$0 = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z = \frac{3}{0,18} + \frac{7,5}{0,0054} z = 16,67 + 1388,8z$$

$$z = -0,012 \text{ m}$$



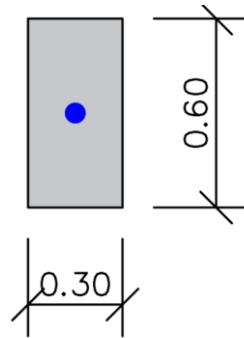
NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{\cancel{M_z I_y} + \cancel{M_y D_{yz}}}{I_y I_z - \cancel{D_{yz}^2}} y + \frac{M_y I_z + \cancel{M_z D_{yz}}}{I_y I_z - \cancel{D_{yz}^2}} z \quad M_z = 0, D_{yz} = 0$$

Poloha neutrální osy:

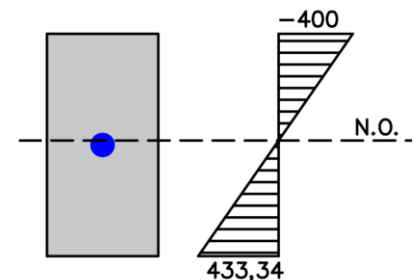
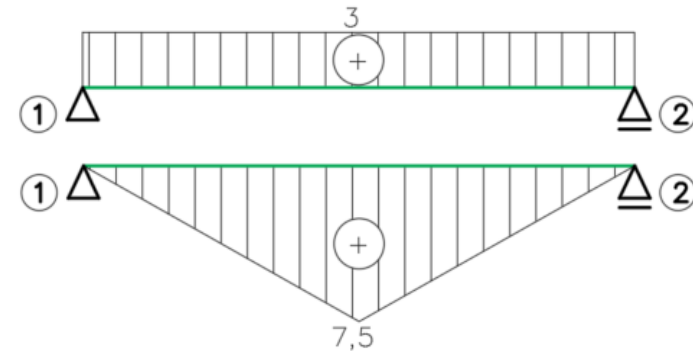
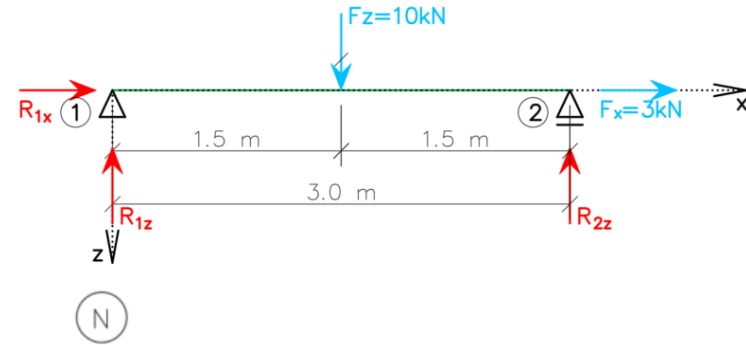
$$0 = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z = \frac{3}{0,18} + \frac{7,5}{0,0054} z = 16,67 + 1388,8z$$

$$z = -0,012 \text{ m}$$

Hodnoty normálového napětí:

$$\sigma_{x,max} = 16,67 + 1388,8 \cdot 0,3 = 16,67 + 416,67 = 433,34 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{x,min} = 16,67 + 1388,8(-0,3) = 16,67 - 416,67 = -400 \text{ kPa}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

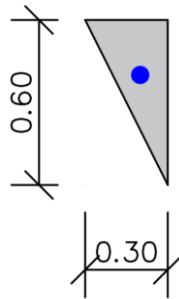
Průřezové charakteristiky

$$A = \frac{0,3 \cdot 0,6}{2} = 0,09 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{36} b h^3 = \frac{1}{36} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0018 \text{ m}^4$$

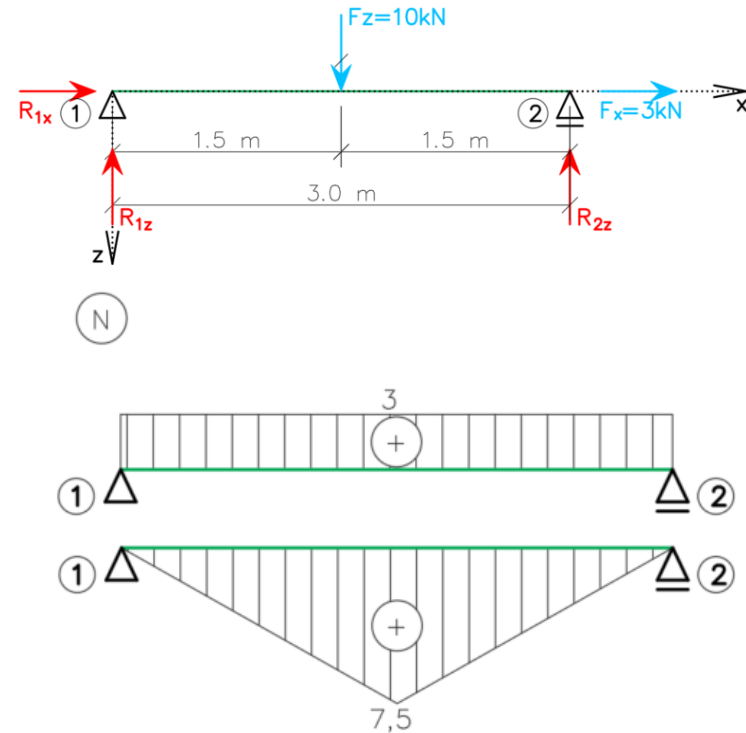
$$I_z = \frac{1}{36} b^3 h = \frac{1}{36} 0,3^3 \cdot 0,6 = 0,00045 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = -\frac{b^2 h^2}{72} \text{ m}^4 = -0,00045 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{\cancel{M_z I_y} + \cancel{M_y D_{yz}}}{I_y I_z - \cancel{D_{yz}^2}} y + \frac{\cancel{M_y I_z} + \cancel{M_z D_{yz}}}{I_y I_z - \cancel{D_{yz}^2}} z \quad M_z = 0$$

$$I = I_y I_z - D_{yz}^2 = 0,0018 \cdot 0,00045 - (-0,00045)^2 = 6,075 \cdot 10^{-7} \text{ m}^8$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

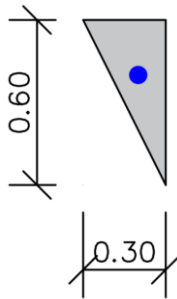
Průřezové charakteristiky

$$A = \frac{0,3 \cdot 0,6}{2} = 0,09 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{36} b h^3 = \frac{1}{36} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0018 \text{ m}^4$$

$$I_z = \frac{1}{36} b^3 h = \frac{1}{36} 0,3^3 \cdot 0,6 = 0,00045 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = -\frac{b^2 h^2}{72} \text{ m}^4 = -0,00045 \text{ m}^4$$



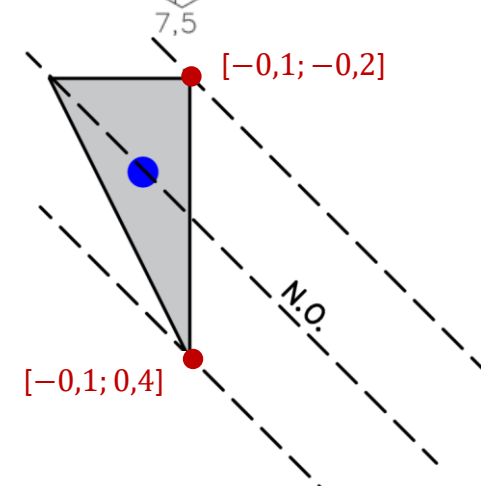
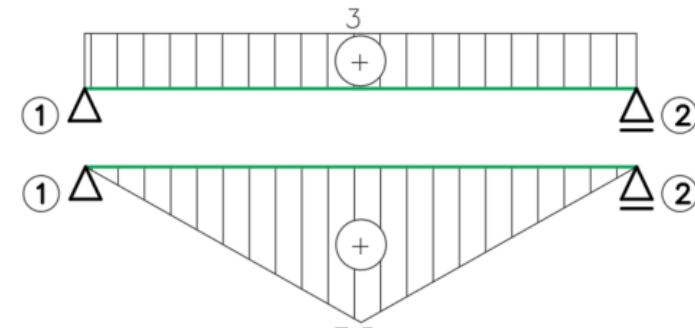
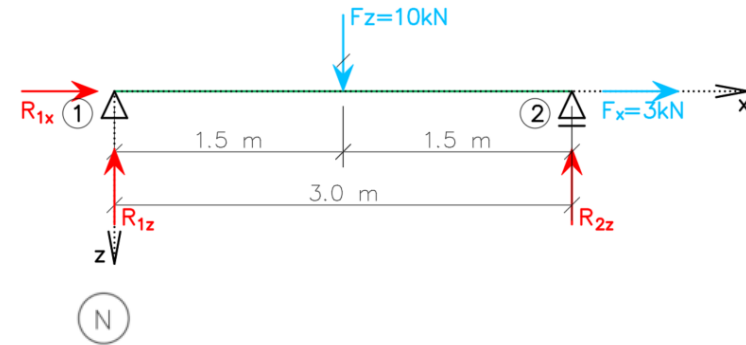
$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{\cancel{M_z I_y} + \cancel{M_y D_{yz}}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{\cancel{M_y I_z} + \cancel{M_z D_{yz}}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \quad M_z = 0$$

$$I = I_y I_z - D_{yz}^2 = 0,0018 \cdot 0,00045 - (-0,00045)^2 = 6,075 \cdot 10^{-7} \text{ m}^8$$

Poloha neutrální osy:

$$0 = \frac{N}{A} - \frac{M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z}{I_y I_z - D_{yz}^2} z = \frac{3}{0,09} - \frac{7,5 \cdot (-0,00045)}{6,075 \cdot 10^{-7}} y + \frac{7,5 \cdot 0,00045}{6,075 \cdot 10^{-7}} z$$

$$0 = 33,33 + 5\,555,5z + 5\,555,5y \quad y = 0, z = -0,006 \text{ m}, \\ z = 0, y = -0,006 \text{ m},$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

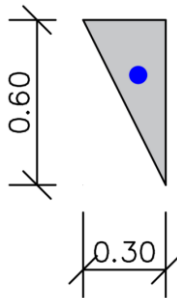
Průřezové charakteristiky

$$A = \frac{0,3 \cdot 0,6}{2} = 0,09 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{36} b h^3 = \frac{1}{36} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0018 \text{ m}^4$$

$$I_z = \frac{1}{36} b^3 h = \frac{1}{36} 0,3^3 \cdot 0,6 = 0,00045 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = -\frac{b^2 h^2}{72} \text{ m}^4 = -0,00045 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \quad M_z = 0$$

$$I = I_y I_z - D_{yz}^2 = 0,0018 \cdot 0,00045 - (-0,00045)^2 = 6,075 \cdot 10^{-7} \text{ m}^8$$

Poloha neutrální osy:

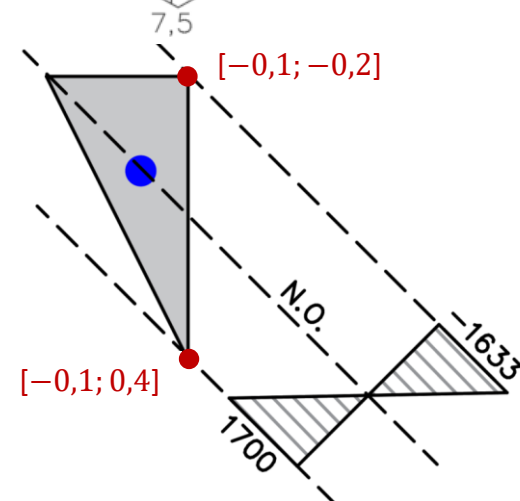
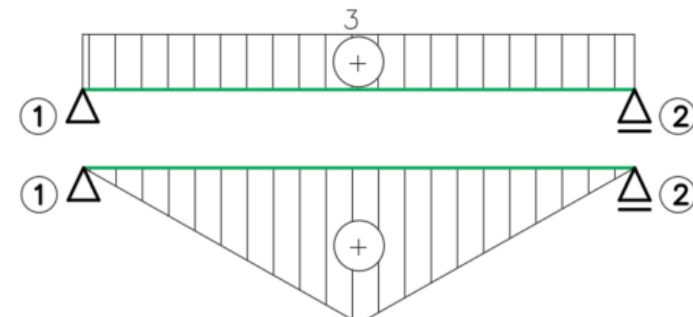
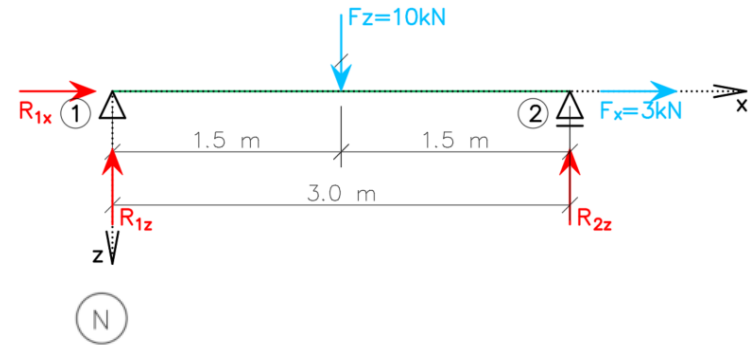
$$0 = \frac{N}{A} - \frac{M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z}{I_y I_z - D_{yz}^2} z = \frac{3}{0,09} - \frac{7,5 \cdot (-0,00045)}{6,075 \cdot 10^{-7}} y + \frac{7,5 \cdot 0,00045}{6,075 \cdot 10^{-7}} z$$

$$0 = 33,33 + 5\,555,5z + 5\,555,5y \quad y = 0, z = -0,006 \text{ m}, \\ z = 0, y = -0,006 \text{ m},$$

Hodnoty normálového napětí:

$$\sigma_{x,min} = 33,33 + 5\,555,5 \cdot (-0,1) + 5\,555,5 \cdot (-0,2) = -1\,633,33 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{x,max} = 33,33 + 5\,555,5 \cdot (-0,1) + 5\,555,5 \cdot 0,4 = 1\,700 \text{ kPa}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

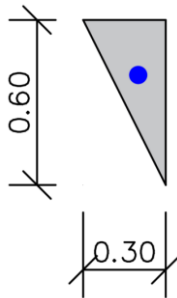
Průřezové charakteristiky

$$A = \frac{0,3 \cdot 0,6}{2} = 0,09 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{36} b h^3 = \frac{1}{36} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0018 \text{ m}^4$$

$$I_z = \frac{1}{36} b^3 h = \frac{1}{36} 0,3^3 \cdot 0,6 = 0,00045 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = -\frac{b^2 h^2}{72} \text{ m}^4 = -0,00045 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \quad M_z = 0$$

$$I = I_y I_z - D_{yz}^2 = 0,0018 \cdot 0,00045 - (-0,00045)^2 = 6,075 \cdot 10^{-7} \text{ m}^8$$

Poloha neutrální osy:

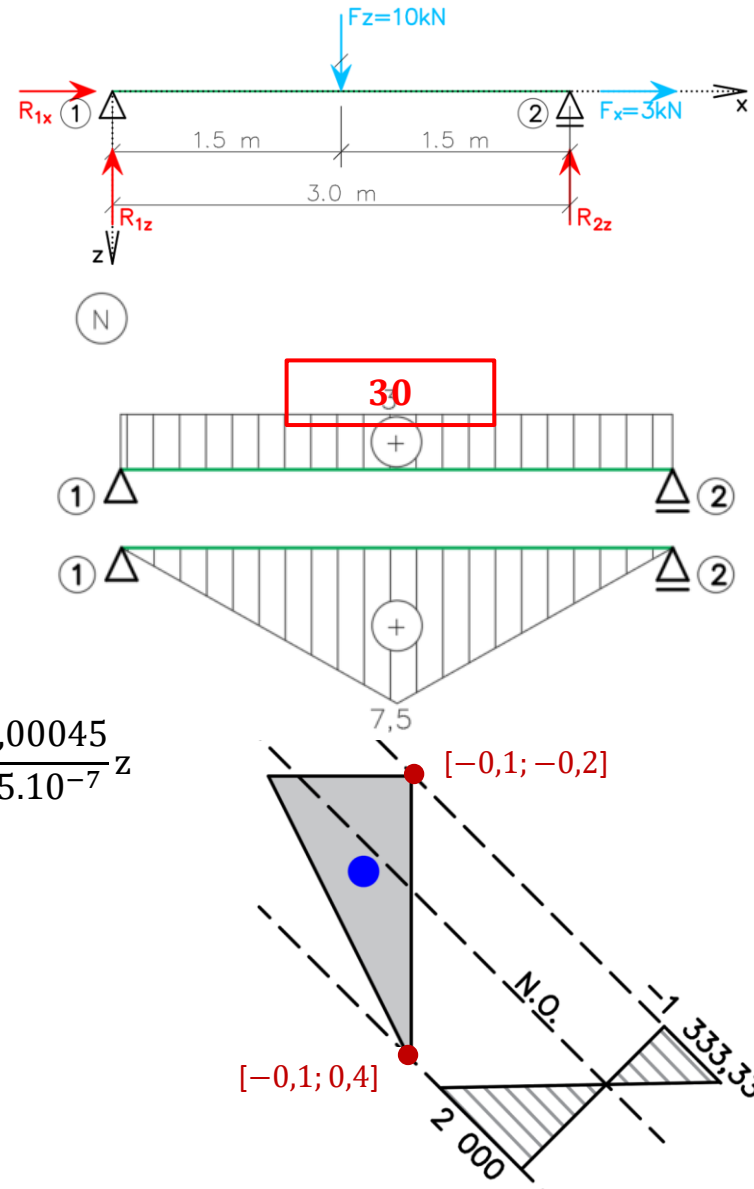
$$0 = \frac{N}{A} - \frac{M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z}{I_y I_z - D_{yz}^2} z = \frac{30}{0,09} - \frac{7,5 \cdot (-0,00045)}{6,075 \cdot 10^{-7}} y + \frac{7,5 \cdot 0,00045}{6,075 \cdot 10^{-7}} z$$

$$0 = 333,33 + 5\,555,5z + 5\,555,5y \quad y = 0, z = -0,06 \text{ m}, \\ z = 0, y = -0,06 \text{ m},$$

Hodnoty normálového napětí:

$$\sigma_{x,min} = 333,33 + 5\,555,5 \cdot (-0,1) + 5\,555,5 \cdot (-0,2) = -1\,333,33 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{x,max} = 333,33 + 5\,555,5 \cdot (-0,1) + 5\,555,5 \cdot 0,4 = 2\,000 \text{ kPa}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

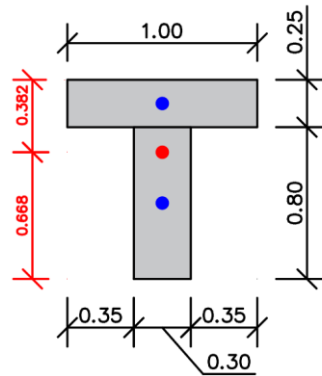
Průřezové charakteristiky

$$A = 0.49 \text{ m}^2$$

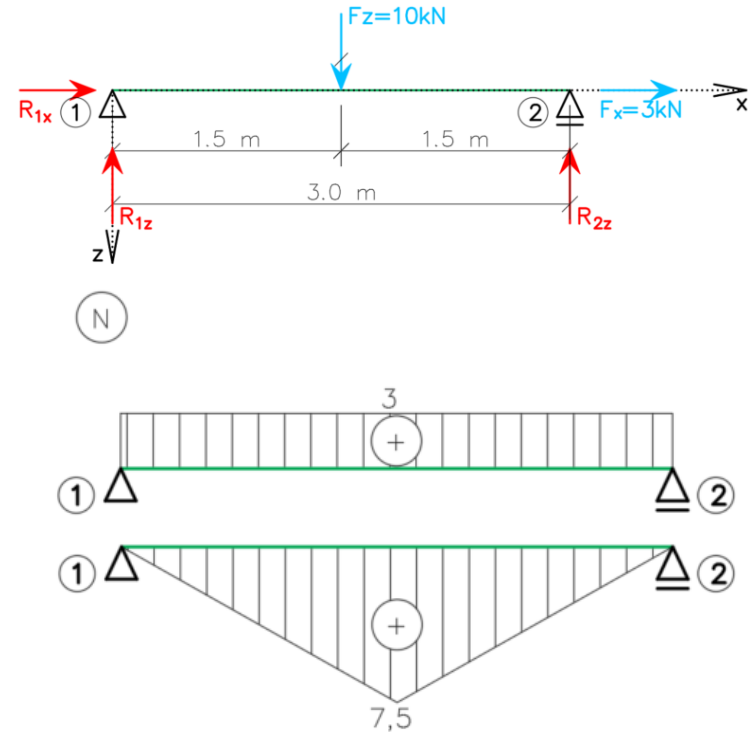
$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{\cancel{M_z I_y} + \cancel{M_y D_{yz}}}{\cancel{I_y I_z} - \cancel{D_{yz}^2}} y + \frac{\cancel{M_y I_z} + \cancel{M_z D_{yz}}}{\cancel{I_y I_z} - \cancel{D_{yz}^2}} z \quad M_z = 0, D_{yz} = 0$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

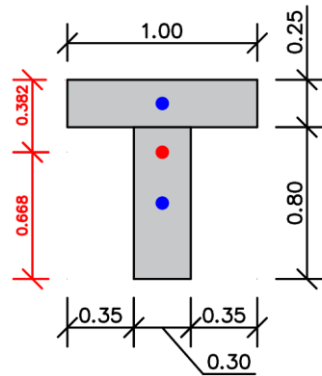
Průřezové charakteristiky

$$A = 0.49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{\cancel{M_z I_y} + \cancel{M_y D_{yz}}}{\cancel{I_y I_z} - \cancel{D_{yz}^2}} y + \frac{\cancel{M_y I_z} + \cancel{M_z D_{yz}}}{\cancel{I_y I_z} - \cancel{D_{yz}^2}} z \quad M_z = 0, D_{yz} = 0$$

Poloha neutrální osy:

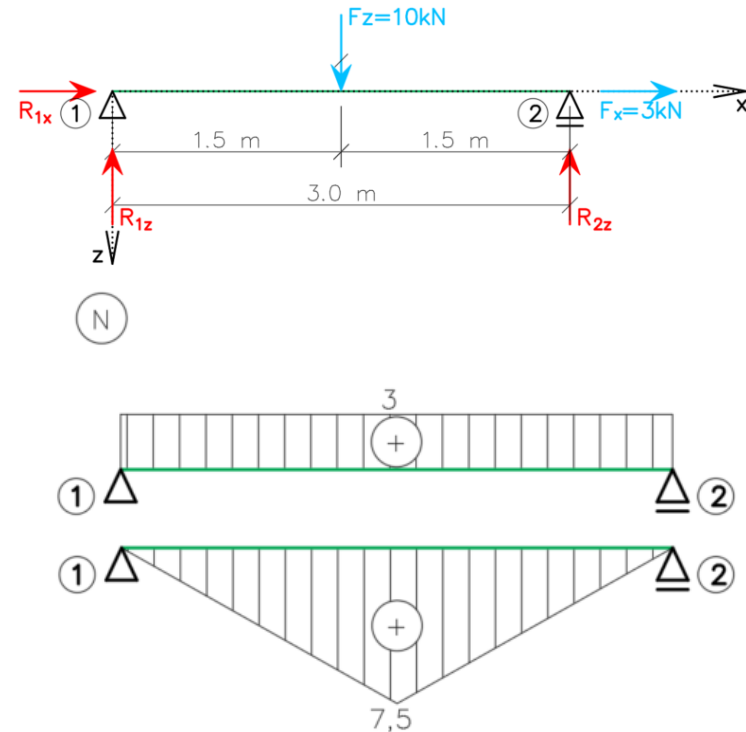
$$0 = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z = \frac{3}{0,49} + \frac{7,5}{4,79 \cdot 10^{-2}} z$$

$$0 = 6,122 + 156,57z \quad z = -0,039 \text{ m,}$$

Hodnoty normálového napětí:

$$\sigma_{x,min} = 6,122 + 156,57 \cdot (-0,382) = -53,69 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{x,max} = 6,122 + 156,57 \cdot 0,668 = 110,71 \text{ kPa}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

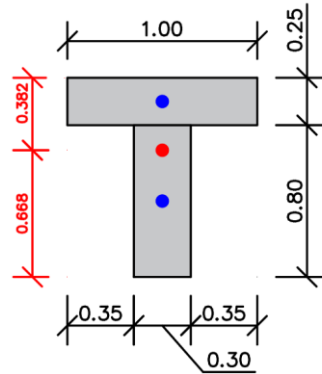
Průřezové charakteristiky

$$A = 0.49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z \quad M_z = 0, D_{yz} = 0$$

Poloha neutrální osy:

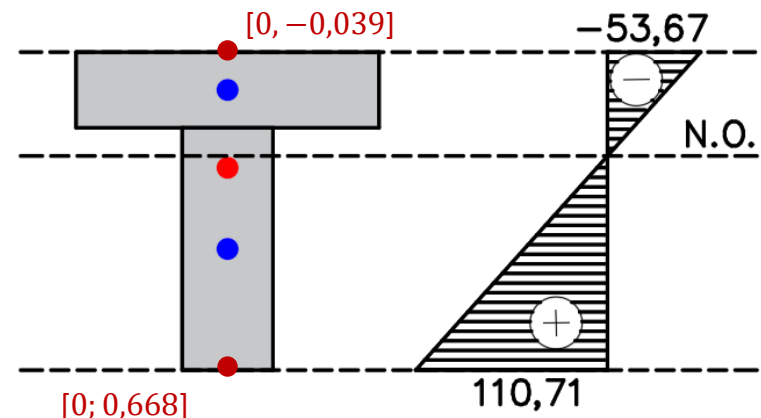
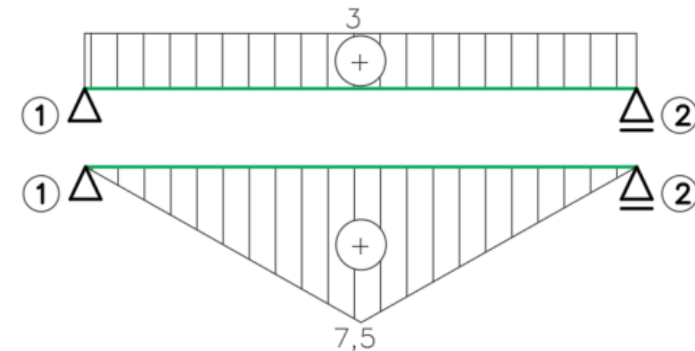
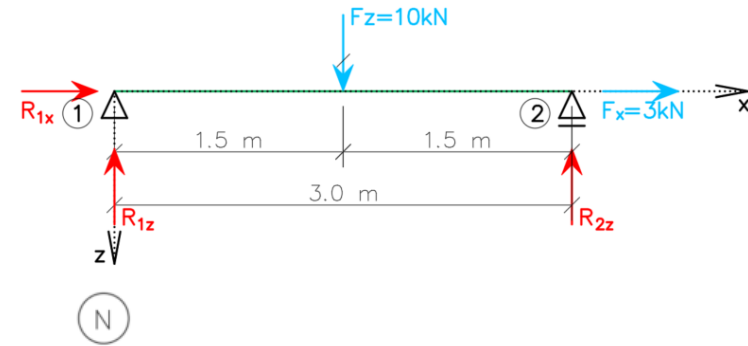
$$0 = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z = \frac{3}{0,49} + \frac{7,5}{4,79 \cdot 10^{-2}} z$$

$$0 = 6,122 + 156,57z \quad z = -0,039 \text{ m,}$$

Hodnoty normálového napětí:

$$\sigma_{x,min} = 6,122 + 156,57 \cdot (-0,382) = -53,69 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{x,max} = 6,122 + 156,57 \cdot 0,668 = 110,71 \text{ kPa}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Tvar stavební konstrukce lze navrhnout s ohledem na pevnost nebo tuhost použitého materiálu. Většina běžných vodorovných konstrukcí je namáhána převážně prostým ohybem. Průběh ohybových momentů a posouvajících sil se po konstrukci často mění. Tuto skutečnost lze při návrhu konstrukce zohlednit.

NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

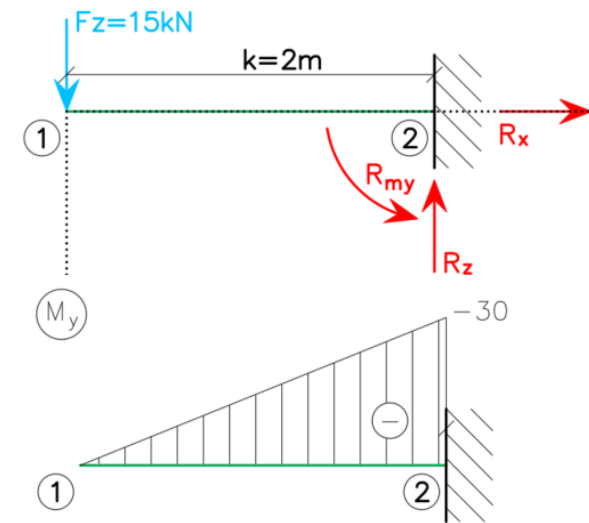
Tvar stavební konstrukce lze navrhnout s ohledem na pevnost nebo tuhost použitého materiálu. Většina běžných vodorovných konstrukcí je namáhána převážně prostým ohybem. Průběh ohybových momentů a posouvajících sil se po konstrukci často mění. Tuto skutečnost lze při návrhu konstrukce zohlednit.

Prostý ohyb

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{M_y}{\frac{1}{12} b h^3} \frac{h}{2} = \frac{M_y}{\frac{1}{6} b h^2}$$

Pevnost materiálu

$$R = 2\,000 \text{ kPa}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Tvar stavební konstrukce lze navrhnout s ohledem na pevnost nebo tuhost použitého materiálu. Většina běžných vodorovných konstrukcí je namáhána převážně prostým ohybem. Průběh ohybových momentů a posouvajících sil se po konstrukci často mění. Tuto skutečnost lze při návrhu konstrukce zohlednit.

Prostý ohyb

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{M_y}{\frac{1}{12}bh^3} \frac{h}{2} = \frac{M_y}{\frac{1}{6}bh^2}$$

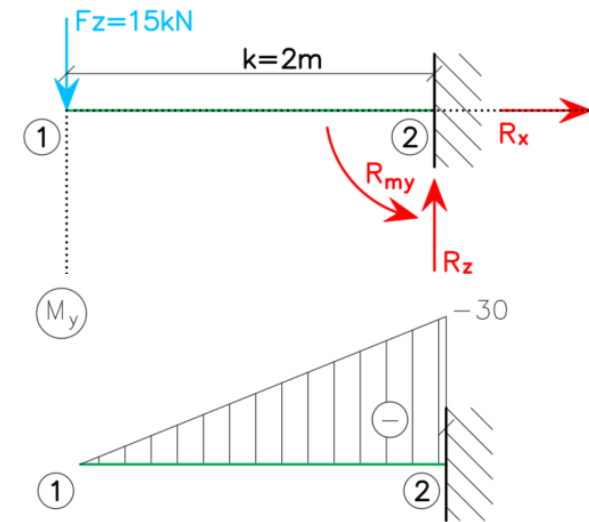
$$R > \sigma_x$$

$$R > \frac{M_y}{\frac{1}{6}bh^2}$$

$$h^2 - \frac{M_y}{\frac{1}{6}bR} > 0$$

Pevnost materiálu

$$R = 2\,000 \text{ kPa}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Tvar stavební konstrukce lze navrhnout s ohledem na pevnost nebo tuhost použitého materiálu. Většina běžných vodorovných konstrukcí je namáhána převážně prostým ohybem. Průběh ohybových momentů a posouvajících sil se po konstrukci často mění. Tuto skutečnost lze při návrhu konstrukce zohlednit.

Prostý ohyb

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{M_y}{\frac{1}{12}bh^3} \frac{h}{2} = \frac{M_y}{\frac{1}{6}bh^2}$$

$$R > \sigma_x$$

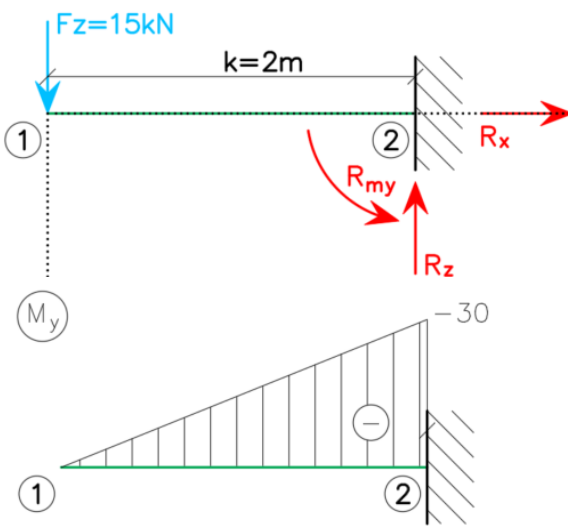
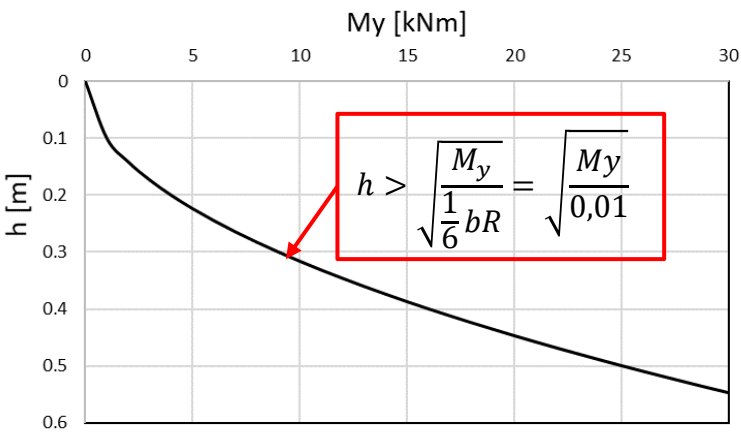
$$R > \frac{M_y}{\frac{1}{6}bh^2}$$

$$h^2 - \frac{M_y}{\frac{1}{6}bR} > 0$$

Pevnost materiálu

$$R = 2\,000\text{ kPa}$$

$$h > \sqrt{\frac{M_y}{\frac{1}{6}bR}}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Tvar stavební konstrukce lze navrhnout s ohledem na pevnost nebo tuhost použitého materiálu. Většina běžných vodorovných konstrukcí je namáhána převážně prostým ohybem. Průběh ohybových momentů a posouvajících sil se po konstrukci často mění. Tuto skutečnost lze při návrhu konstrukce zohlednit.

Prostý ohyb

Pevnost materiálu

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{M_y}{\frac{1}{12}bh^3} \frac{h}{2} = \frac{M_y}{\frac{1}{6}bh^2}$$

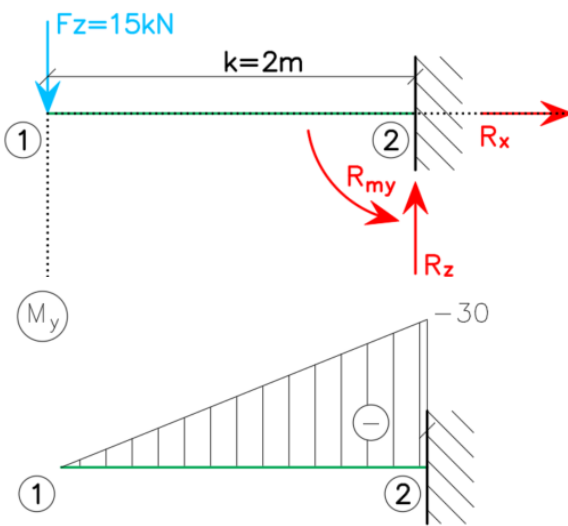
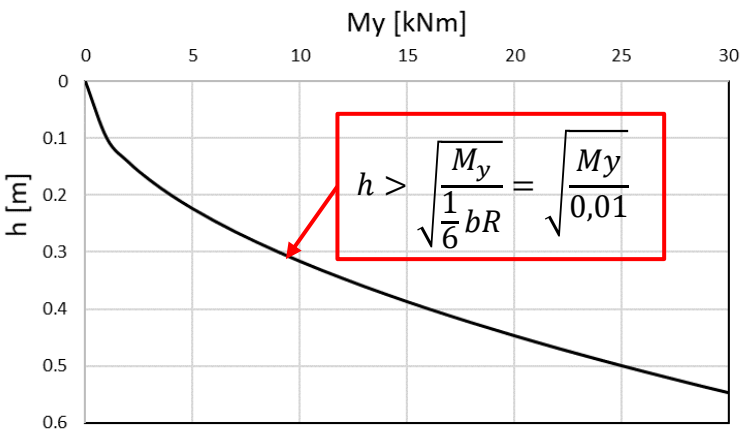
$$R = 2\,000\text{ kPa}$$

$$R > \sigma_x$$

$$R > \frac{M_y}{\frac{1}{6}bh^2}$$

$$h^2 - \frac{M_y}{\frac{1}{6}bR} > 0$$

$$h > \sqrt{\frac{M_y}{\frac{1}{6}bR}} = \sqrt{\frac{30}{\frac{1}{6}0,3 \cdot 2 \cdot 10^3}} = 0,547\text{ m} \approx 0,55\text{ m}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Tvar stavební konstrukce lze navrhnout s ohledem na pevnost nebo tuhost použitého materiálu. Většina běžných vodorovných konstrukcí je namáhána převážně prostým ohybem. Průběh ohybových momentů a posouvajících sil se po konstrukci často mění. Tuto skutečnost lze při návrhu konstrukce zohlednit.

Prostý ohyb

Pevnost materiálu

$$R = 2\,000 \text{ kPa}$$

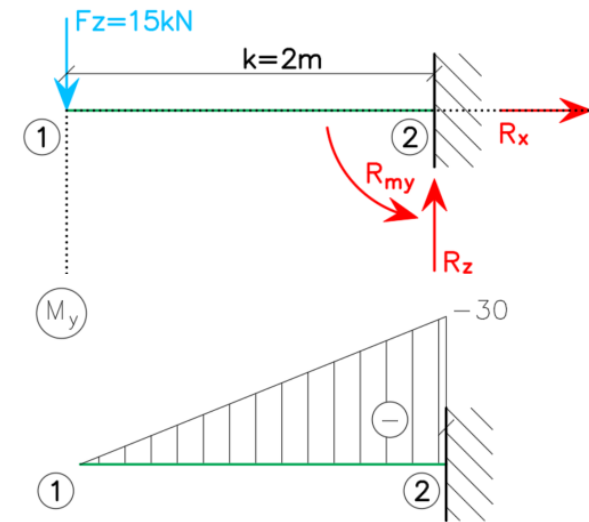
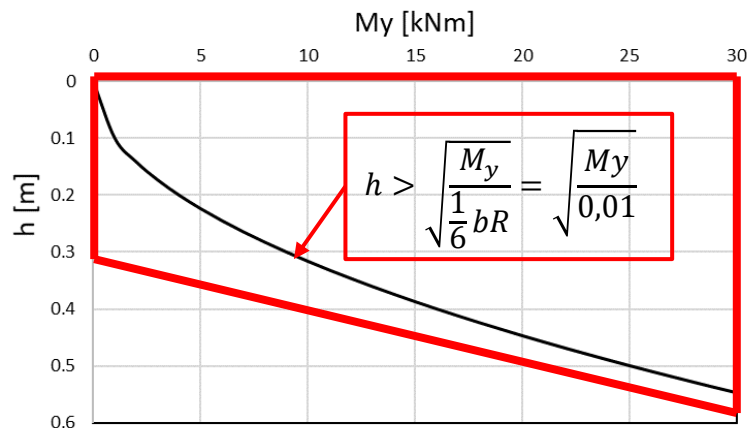
$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{M_y}{\frac{1}{12} b h^3} \frac{h}{2} = \frac{M_y}{\frac{1}{6} b h^2}$$

$$R > \sigma_x$$

$$R > \frac{M_y}{\frac{1}{6} b h^2}$$

$$h^2 - \frac{M_y}{\frac{1}{6} b R} > 0$$

$$h > \sqrt{\frac{M_y}{\frac{1}{6} b R}} = \sqrt{\frac{30}{\frac{1}{6} \cdot 0,3 \cdot 2 \cdot 10^3}} = 0,547 \text{ m} \approx 0,55 \text{ m}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

Tvar stavební konstrukce lze navrhnout s ohledem na pevnost nebo tuhost použitého materiálu. Většina běžných vodorovných konstrukcí je namáhána převážně prostým ohybem. Průběh ohybových momentů a posouvajících sil se po konstrukci často mění. Tuto skutečnost lze při návrhu konstrukce zohlednit.

Prostý ohyb

Pevnost materiálu

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z = \frac{M_y}{\frac{1}{12} b h^3} \frac{h}{2} = \frac{M_y}{\frac{1}{6} b h^2}$$

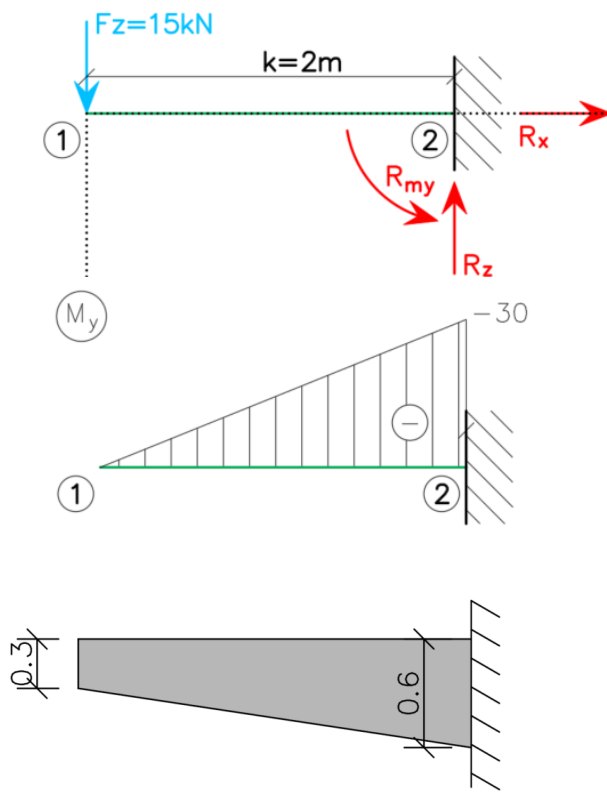
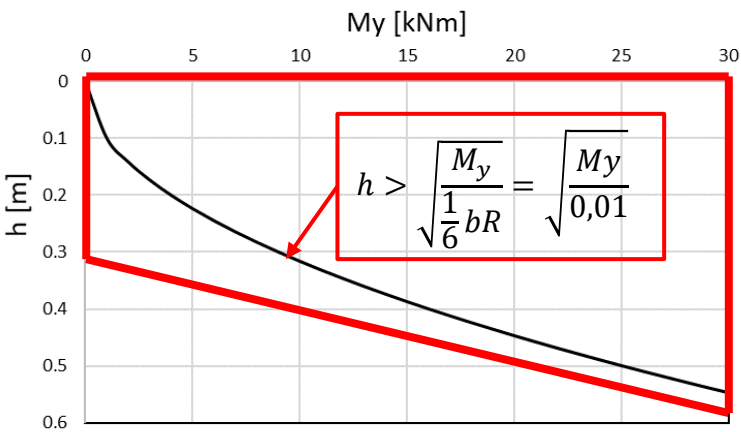
$$R = 2\,000 \text{ kPa}$$

$$R > \sigma_x$$

$$R > \frac{M_y}{\frac{1}{6} b h^2}$$

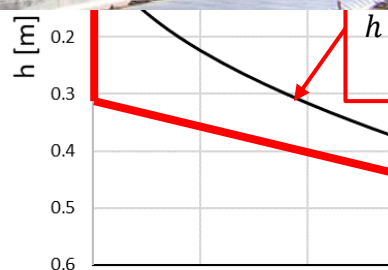
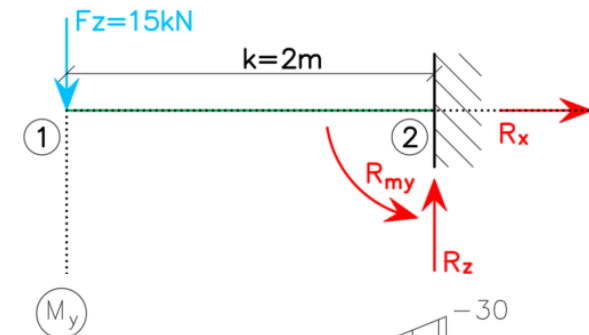
$$h^2 - \frac{M_y}{\frac{1}{6} b R} > 0$$

$$h > \sqrt{\frac{M_y}{\frac{1}{6} b R}} = \sqrt{\frac{30}{\frac{1}{6} 0,3 \cdot 2 \cdot 10^3}} = 0,547 \text{ m} \approx 0,55 \text{ m}$$



NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU

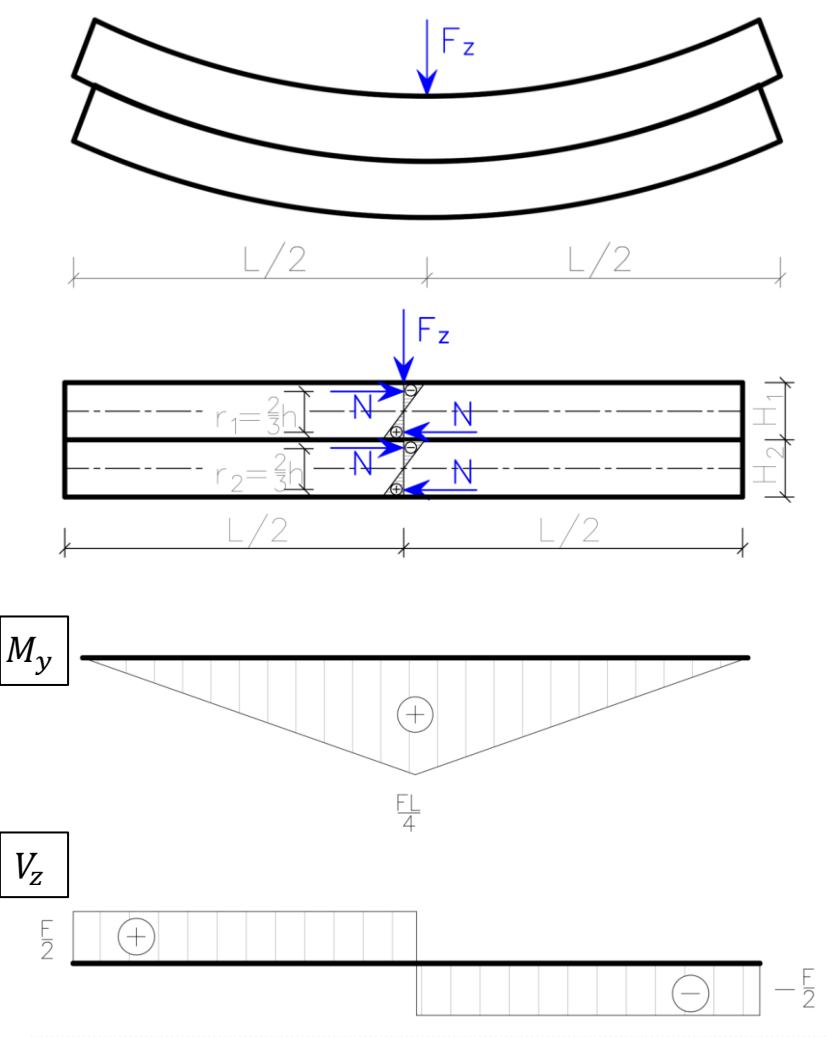
Tvar stavební konstrukce lze navrhnout s ohledem na pevnost nebo tuhost použitého materiálu. Většina běžných vodorovných konstrukcí je namáhána převážně prostým ohybem. Průběh ohybových momentů a posouvajících sil se po konstrukci často mění. Tuto skutečnost lze při návrhu konstrukce zohlednit.



- **NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU**
 - TEORIE
 - **PŘÍKLADY**
- SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU
- ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ
- DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU
- STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU
 - TEORIE
 - PŘÍKLADY
- **SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU**
- ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ
- DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU
- STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU



Ohybový moment v poli:

$$M_y = \frac{1}{4} F \cdot L$$

Normálové síly působící v průřezu musí tento moment přenést:

$$N \cdot r = M_y$$

Horní trám:

$$N \frac{2}{3} H_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} FL \right)$$

$$N = \frac{3}{8 H_1} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} FL \right)$$

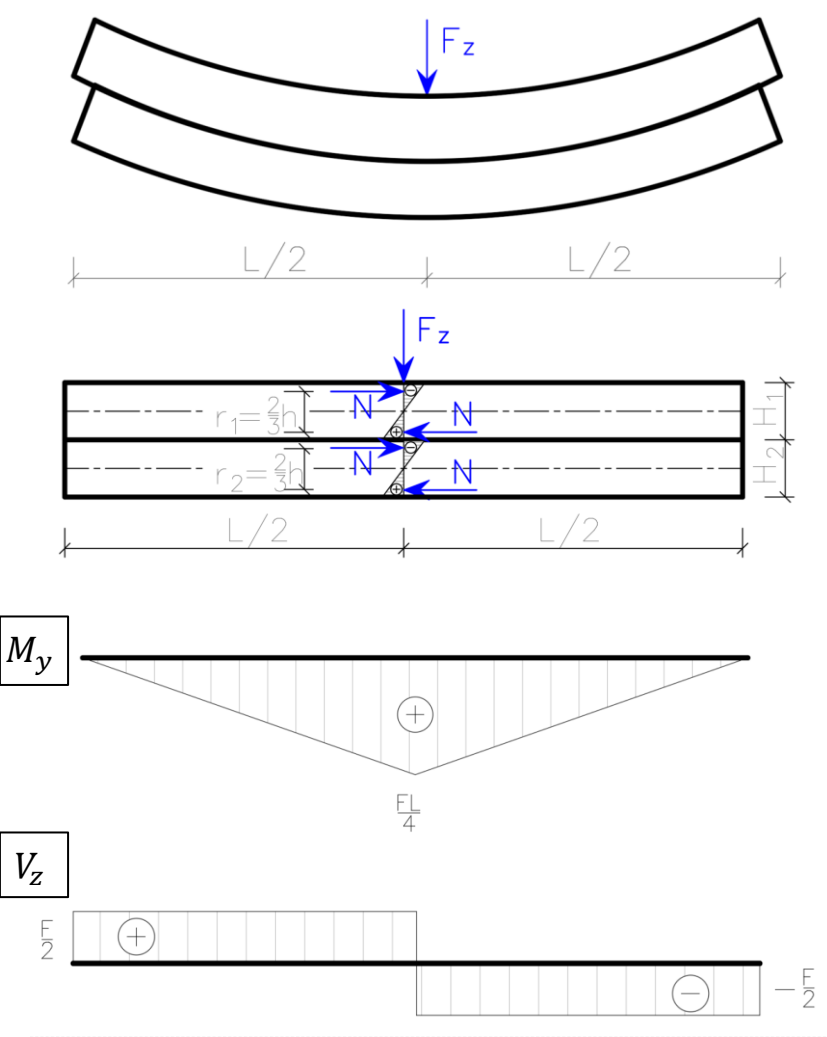
Dolní trám:

$$N \frac{2}{3} H_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} FL \right)$$

$$N = \frac{3}{8 H_2} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} FL \right)$$

$$H_1 = H_2, \quad H = H_1 + H_2$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU



Ohybový moment v poli:

$$M_y = \frac{1}{4} F \cdot L$$

Normálové síly působící v průřezu musí tento moment přenést:

$$N \cdot r = M_y$$

Horní trám:

$$N \frac{2}{3} H_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} FL \right)$$

$$N = \frac{3}{8 H_1} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} FL \right)$$

Dolní trám:

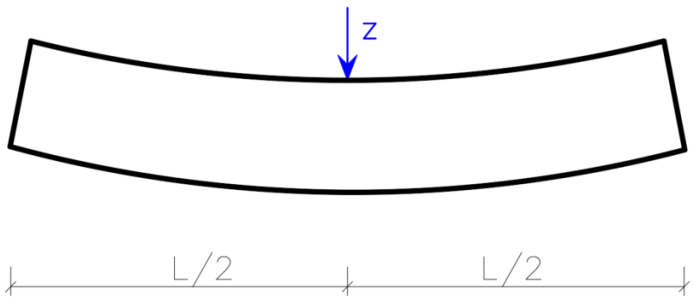
$$N \frac{2}{3} H_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} FL \right)$$

$$N = \frac{3}{8 H_2} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} FL \right)$$

$$H_1 = H_2, \quad H = H_1 + H_2$$

Pokud mezi trámy vytvoříme smykové prostředí (hřebíky, lepidlo), zefektivníme tím návrh konstrukce.

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

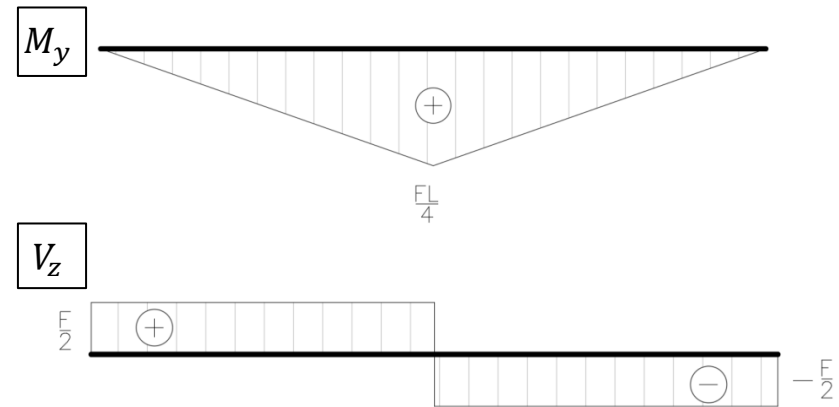
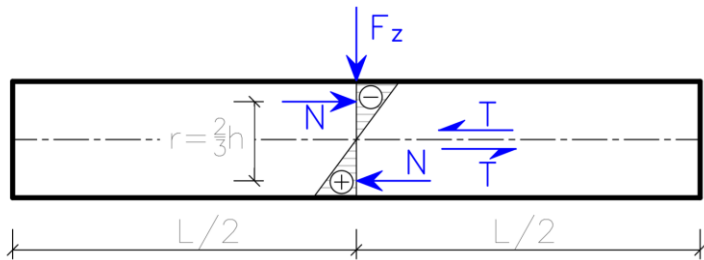


Ohybový moment v poli:

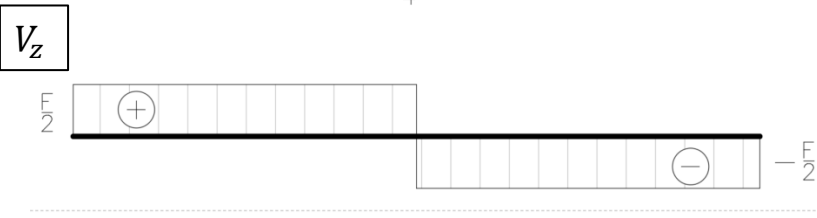
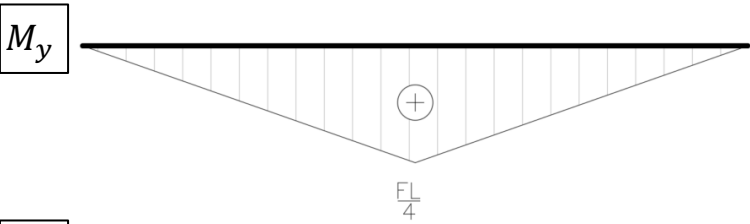
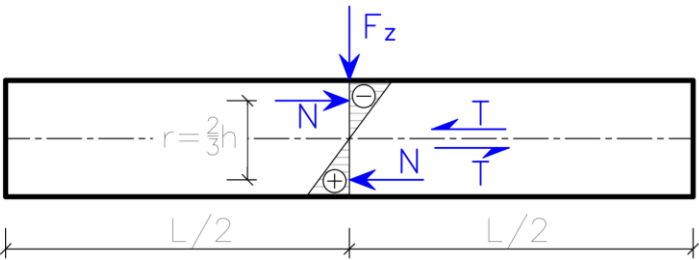
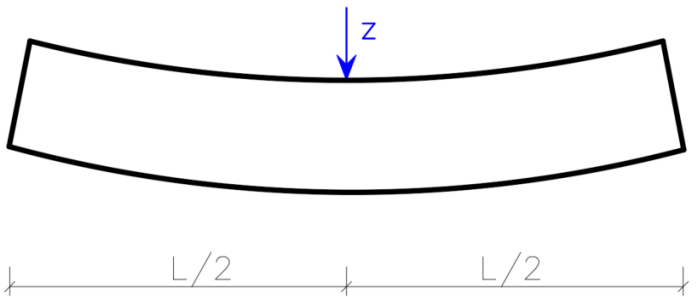
$$M_y = \frac{1}{4} F \cdot L$$

Normálové síly působící v průřezu musí tento moment přenést:

$$Nr = N \frac{2}{3} H = M_y$$



SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU



Ohybový moment v poli:

$$M_y = \frac{1}{4} F \cdot L$$

Normálové síly působící v průřezu musí tento moment přenést:

$$Nr = N \frac{2}{3} H = M_y$$

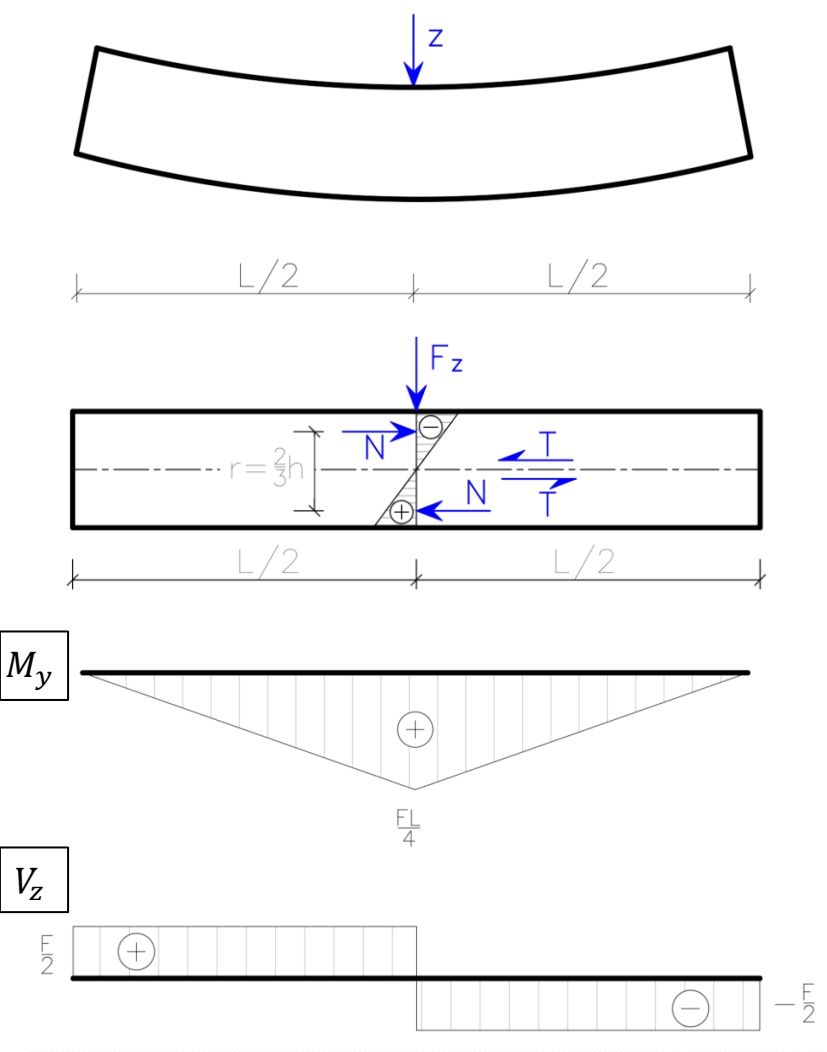
Smyková síla musí být v rovnováze s normálovou výslednicovou silou

$$N + T = 0$$

Tu dále vyjádříme

$$T = -\frac{M_y}{r} = -\frac{FL}{4r} = \frac{V_z L}{2r}$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU



Ohybový moment v poli:

$$M_y = \frac{1}{4} F \cdot L$$

Normálové síly působící v průřezu musí tento moment přenést:

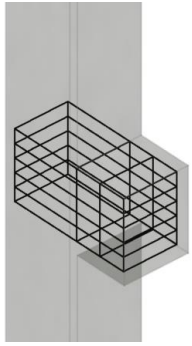
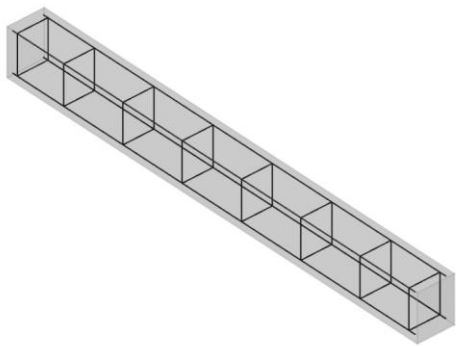
$$Nr = N \frac{2}{3} H = M_y$$

Smyková síla musí být v rovnováze s normálovou výslednicovou silou
 $N + T = 0$

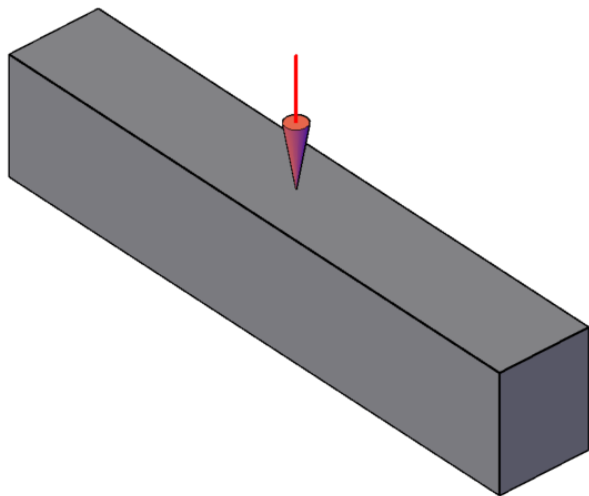
Tu dále vyjádříme

$$T = -\frac{M_y}{r} = -\frac{FL}{4r} = \frac{V_z L}{2r}$$

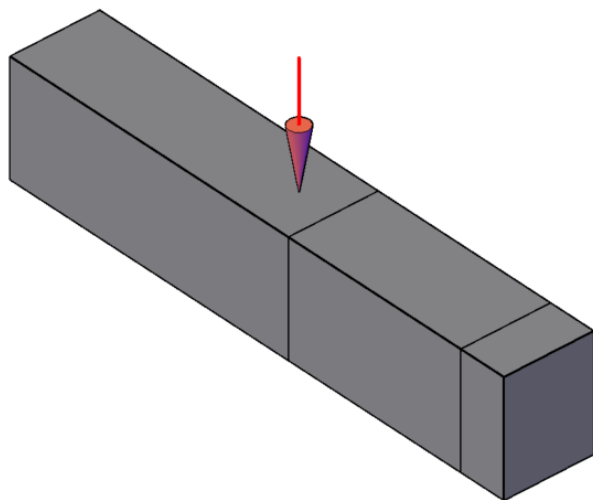
Pro dlouhé ohýbané nosníky (běžné stropní konstrukce) platí $L \gg r$, a tedy $T \gg V_z$. U krátkých nosníku platí $L \ll r$, a tedy $T \ll V_z$. Tento poznatek se musí zohlednit při návrhu smykové výztuže železobetonových konstrukcí, jenž se navrhuje kolmo k směru působení smykové síly.



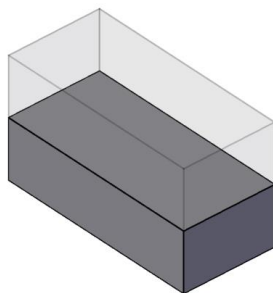
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU



SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU



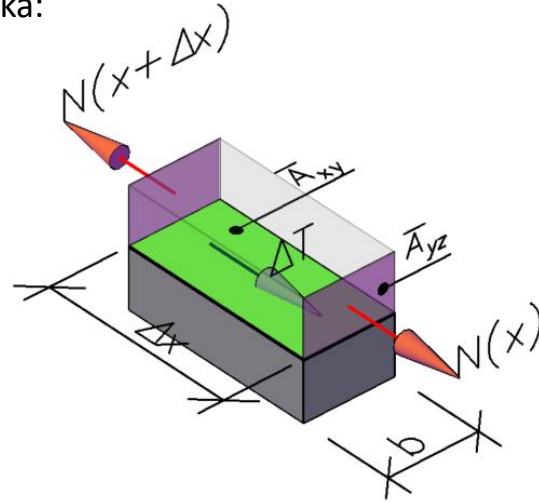
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU



SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Stejně jako na prutu i na elementu Δx
musí být splněna silová podmínka:

$$N(x + \Delta x) - N(x) - \Delta T = 0$$

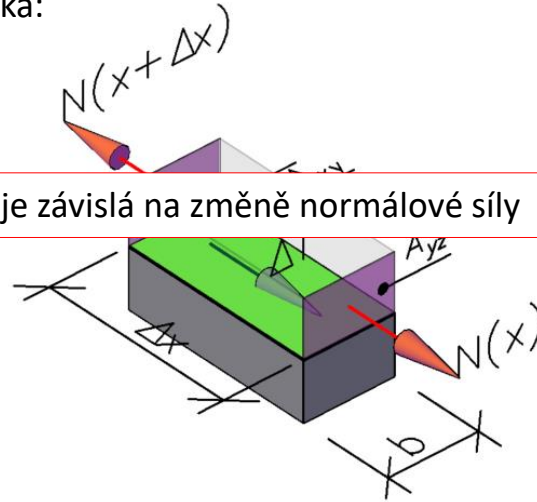


SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Stejně jako na prutu i na elementu Δx
musí být splněna silová podmínka:

$$N(x + \Delta x) - N(x) - \Delta T = 0$$

Smyková síla je závislá na změně normálové síly



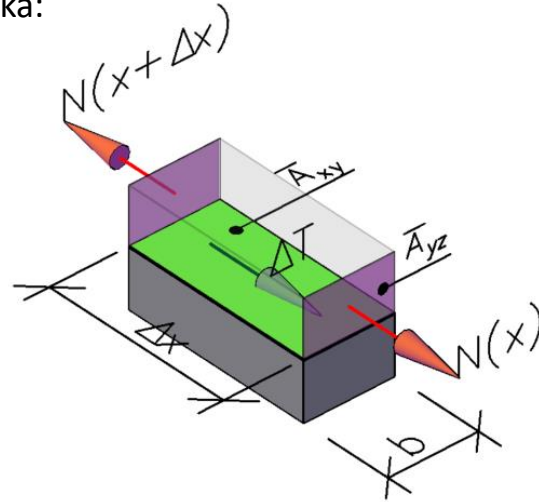
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Stejně jako na prutu i na elementu Δx
musí být splněna silová podmínka:

$$N(x + \Delta x) - N(x) - \Delta T = 0$$

$$\Delta N - \Delta T = 0$$

$$\frac{dN}{dx} - \frac{dT}{dx} = 0$$



SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Stejně jako na prutu i na elementu Δx musí být splněna silová podmínka:

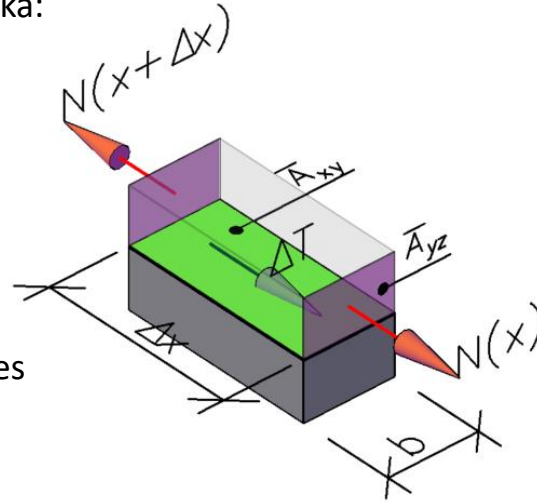
$$N(x + \Delta x) - N(x) - \Delta T = 0$$

$$\Delta N - \Delta T = 0$$

$$\frac{dN}{dx} - \frac{dT}{dx} = 0$$

Upravíme na napětí σ_x a τ_{zx} přes příslušné plochy A_{yz} a A_{xy}

$$\int_{\bar{A}_{yz}} \frac{d\sigma_x}{dx} d\bar{A}_{yz} = \int_b \tau_{zx} dy$$



$$N_x = \int_A \sigma_x dA_{yz}, \quad T_x = \int_A \tau_{zx} dA_{xy}$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Stejně jako na prutu i na elementu Δx musí být splněna silová podmínka:

$$N(x + \Delta x) - N(x) - \Delta T = 0$$

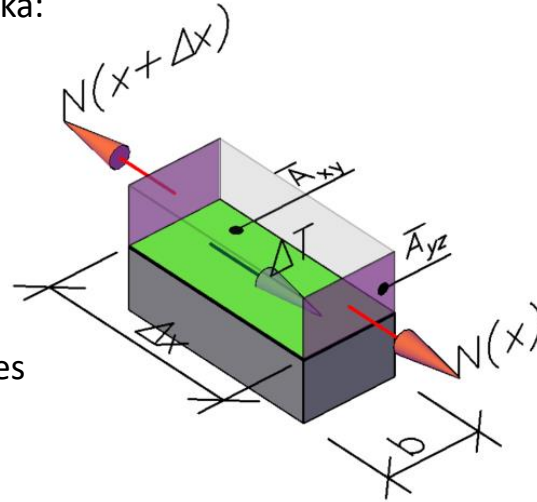
$$\Delta N - \Delta T = 0$$

$$\frac{dN}{dx} - \frac{dT}{dx} = 0$$

Upravíme na napětí σ_x a τ_{zx} přes příslušné plochy A_{yz} a A_{xy}

$$\int_{\bar{A}_{yz}} \frac{d\sigma_x}{dx} d\bar{A}_{yz} = \int_b \tau_{zx} dy$$

$$\int_{\bar{A}_{yz}} \frac{d\sigma_x}{dx} d\bar{A}_{yz} = \int_{\bar{A}_{yz}} \frac{dM_y}{I_y dx} z d\bar{A}_{yz}$$



$$N_x = \int_A \sigma_x dA_{yz}, \quad T_x = \int_A \tau_{zx} dA_{xy}$$

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Stejně jako na prutu i na elementu Δx musí být splněna silová podmínka:

$$N(x + \Delta x) - N(x) - \Delta T = 0$$

$$\Delta N - \Delta T = 0$$

$$\frac{dN}{dx} - \frac{dT}{dx} = 0$$

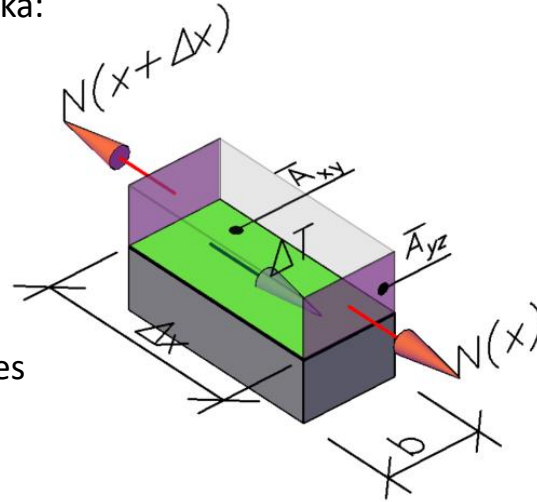
Upravíme na napětí σ_x a τ_{zx} přes příslušné plochy A_{yz} a A_{xy}

$$\int_{\bar{A}_{yz}} \frac{d\sigma_x}{dx} d\bar{A}_{yz} = \int_b \tau_{zx} dy$$

$$\int_{\bar{A}_{yz}} \frac{d\sigma_x}{dx} d\bar{A}_{yz} = \int_{\bar{A}_{yz}} \frac{dM_y}{I_y dx} z d\bar{A}_{yz}$$

$$\int_b \tau_{zx} dy = \frac{V_z}{I_y} \bar{S}_{xy}$$

$$\tau_{zx} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$

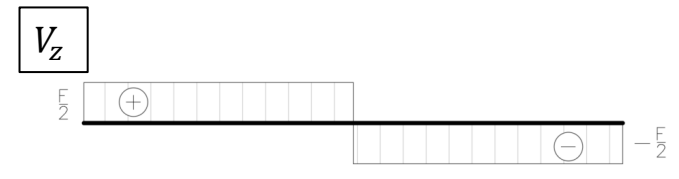
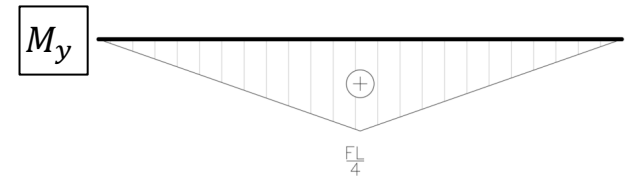


$$N_x = \int_A \sigma_x dA_{yz}, \quad T_x = \int_A \tau_{zx} dA_{xy}$$

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z$$

$$\bar{S}_{xy} = \int_{\bar{A}} z d\bar{A}$$

$$\frac{dM_y}{dx} = (V_z + m_y)$$



SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Stejně jako na prutu i na elementu Δx musí být splněna silová podmínka:

$$N(x + \Delta x) - N(x) - \Delta T = 0$$

$$\Delta N - \Delta T = 0$$

$$\frac{dN}{dx} - \frac{dT}{dx} = 0$$

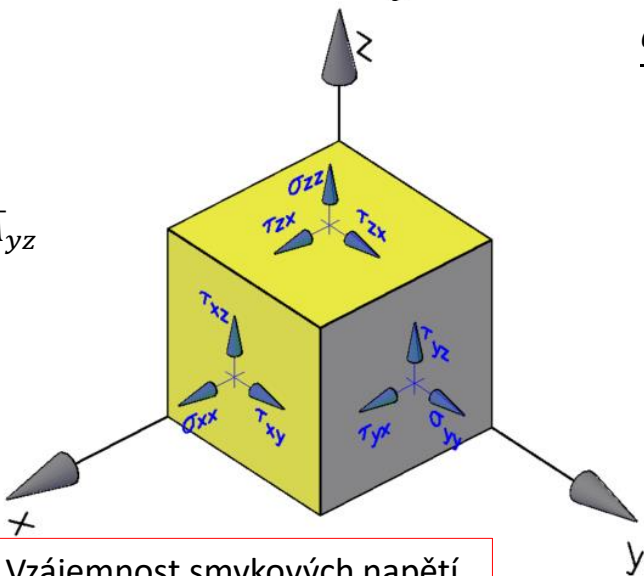
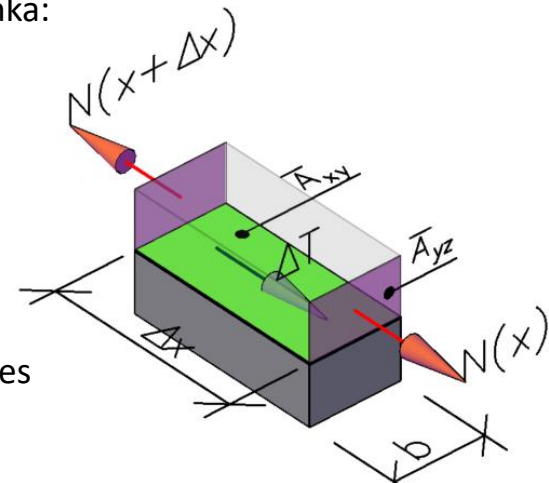
Upravíme na napětí σ_x a τ_{zx} přes příslušné plochy A_{yz} a A_{xy}

$$\int_{\bar{A}_{yz}} \frac{d\sigma_x}{dx} d\bar{A}_{yz} = \int_b \tau_{zx} dy$$

$$\int_{\bar{A}_{yz}} \frac{d\sigma_x}{dx} d\bar{A}_{yz} = \int_{\bar{A}_{yz}} \frac{dM_y}{I_y dx} z d\bar{A}_{yz}$$

$$\int_b \tau_{zx} dy = \frac{V_z}{I_y} \bar{S}_{xy}$$

$$\tau_{zx} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy} = \tau_{xz}$$



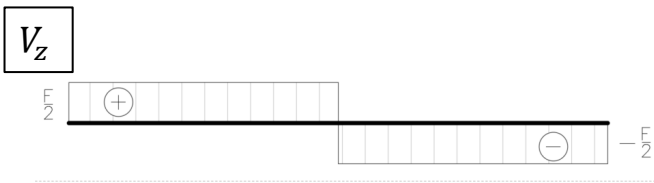
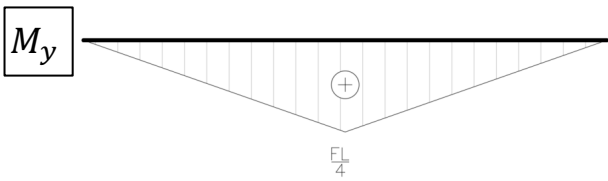
Vzájemnost smykových napětí

$$N_x = \int_A \sigma_x dA_{yz}, \quad T_x = \int_A \tau_{zx} dA_{xy}$$

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z$$

$$\bar{S}_{xy} = \int_{\bar{A}} z d\bar{A}$$

$$\frac{dM_y}{dx} = (V_z + m_y)$$



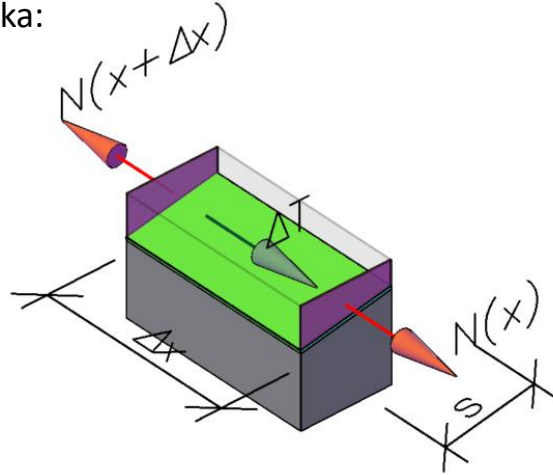
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Stejně jako na prutu i na elementu Δx
musí být splněna silová podmínka:

$$N(x + \Delta x) - N(x) - \Delta T = 0$$

$$\Delta N - \Delta T = 0$$

$$\frac{dN}{dx} - \frac{dT}{dx} = 0$$



SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

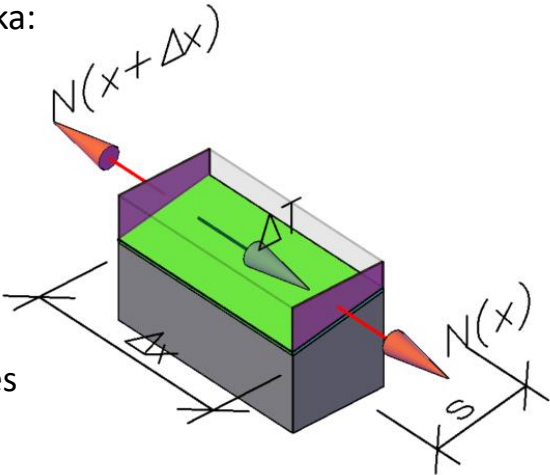
Stejně jako na prutu i na elementu Δx musí být splněna silová podmínka:

$$N(x + \Delta x) - N(x) - \Delta T = 0$$

$$\Delta N - \Delta T = 0$$

$$\frac{dN}{dx} - \frac{dT}{dx} = 0$$

Upravíme na napětí σ_x a τ_{zx} přes příslušné plochy A_{yz} a A_{xy}



$$\int_{\bar{A}_{yz}} \frac{d\sigma_x}{dx} d\bar{A}_{yz} = \int_s \tau_{sx} dy$$

$$\int_{\bar{A}_{yz}} \frac{d\sigma_x}{dx} d\bar{A}_{yz} = \int_{\bar{A}_{yz}} \left[\frac{1}{A} \frac{dN}{dx} - \frac{dM_z I_y + dM_y D_{yz}}{(I_y I_z - D_{yz}^2)} y + \frac{dM_y I_z + dM_z D_{yz}}{(I_y I_z - D_{yz}^2)} z \right] d\bar{A}_{yz}$$

$$\int_b \tau_{sx} dy = \frac{\bar{A}_{yz}}{A_{yz}} f_x - \frac{(V_y + m_z) I_y + (V_z + m_y) D_{yz}}{(I_y I_z - D_{yz}^2)} \bar{S}_{xz} + \frac{(V_z + m_y) I_z + (V_y + m_z) D_{yz}}{(I_y I_z - D_{yz}^2)} \bar{S}_{xy}$$

$$\tau_{sx} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} + \frac{V_y \bar{S}_{xz}}{I_z b}$$

$$N_x = \int_A \sigma_x dA_{yz}, \qquad T_x = \int_A \tau_{zx} dA_{xy}$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y + M_y D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z + M_z D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} z$$

$$\bar{S}_{xz} = \int_{\bar{A}} y d\bar{A}, \qquad \bar{S}_{xy} = \int_{\bar{A}} z d\bar{A}$$

$$f_x = \frac{dN}{dx}, \frac{dM_z}{dx} = (Q_y + m_z), \frac{dM_y}{dx} = (Q_z + m_y)$$

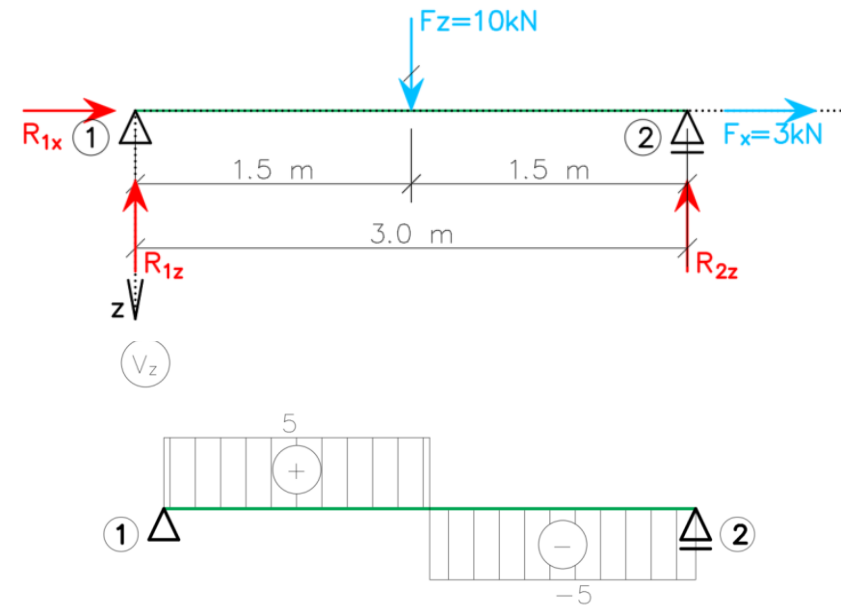
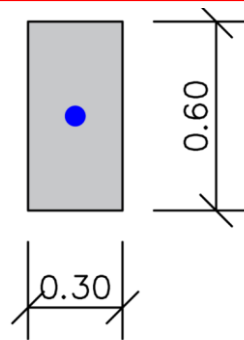
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



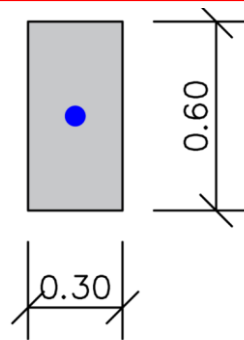
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

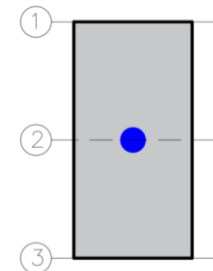
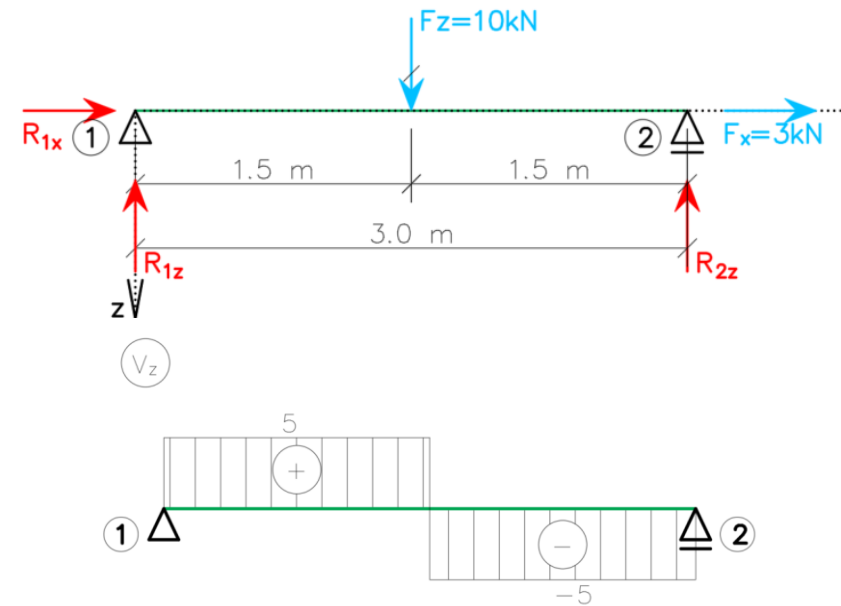
$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\tau_{xz} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$

$$\tau_{xy} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$



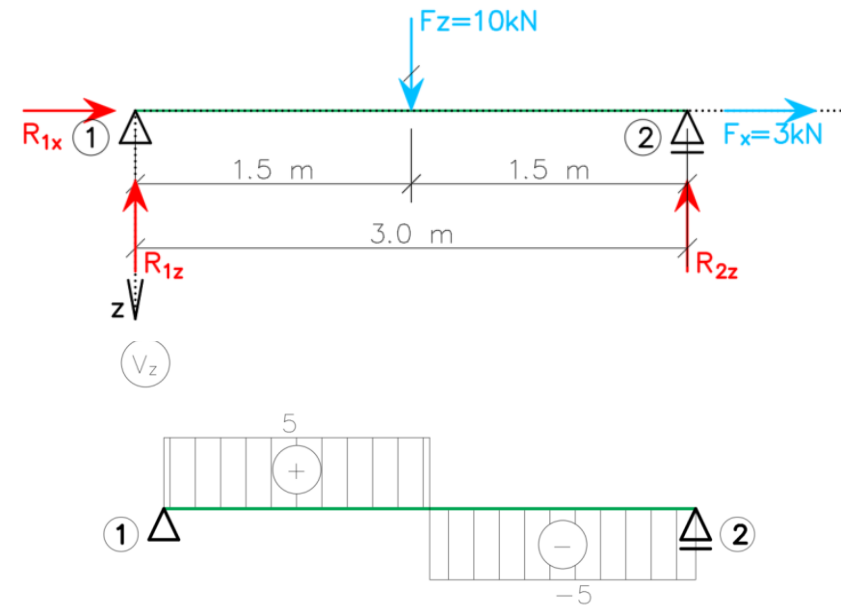
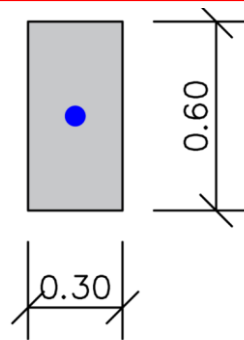
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\tau_{xz} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$

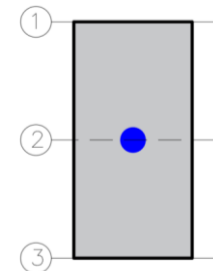
$$S_{xy} = B \cdot H \cdot r$$

Plocha

Rameno

$$\tau_{xy} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$

$\bar{S}_{xy} = b \cdot h(z) \cdot r(z) \Rightarrow$ Parabolický průběh smykového napětí



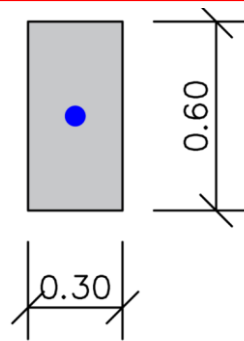
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

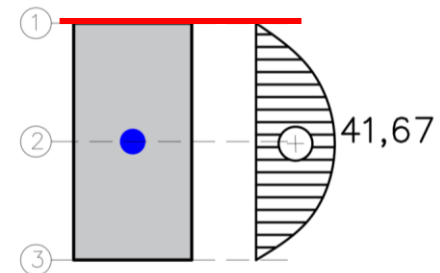
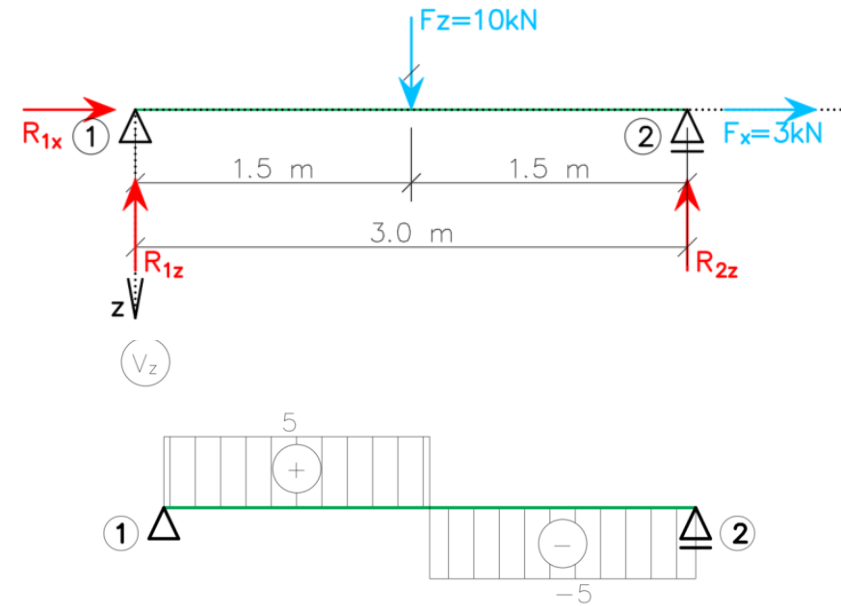


$$\tau_{xz} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$

$$S_{xy,1} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0,6 \cdot (-0,3) = 0$$

$$\tau_{zx,1} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$

$$\tau_{xy} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$



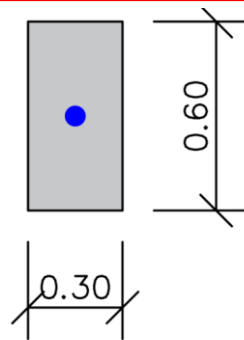
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\tau_{xz} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$

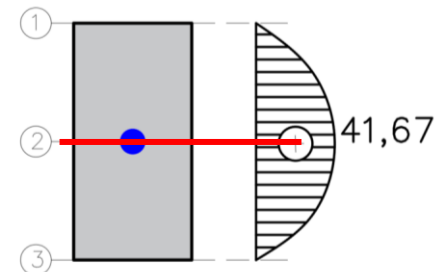
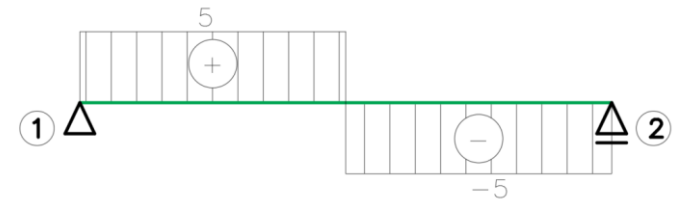
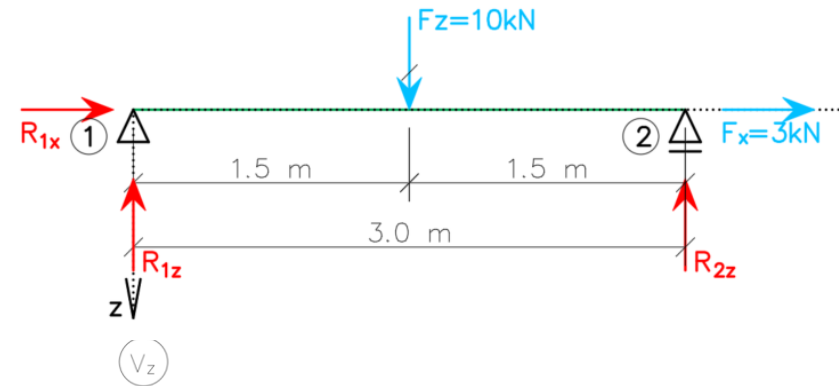
$$S_{xy,1} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0,6 \cdot (-0,3) = 0$$

$$\tau_{zx,1} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$

$$S_{xy,2} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0,3 \cdot (-0,15) = -0,0135 \text{ m}^3$$

$$\tau_{zx,2} = -\frac{5,0 \cdot (-0,0135)}{0,0054 \cdot 0,3} = 41,67 \text{ kPa}$$

$$\tau_{xy} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$



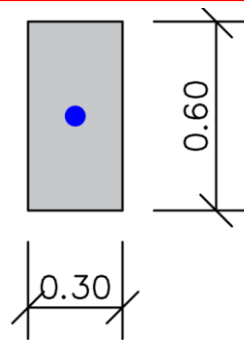
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\tau_{xz} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$

$$S_{xy,1} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0 \cdot (-0,3) = 0$$

$$\tau_{zx,1} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$

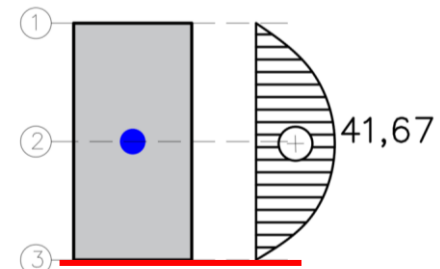
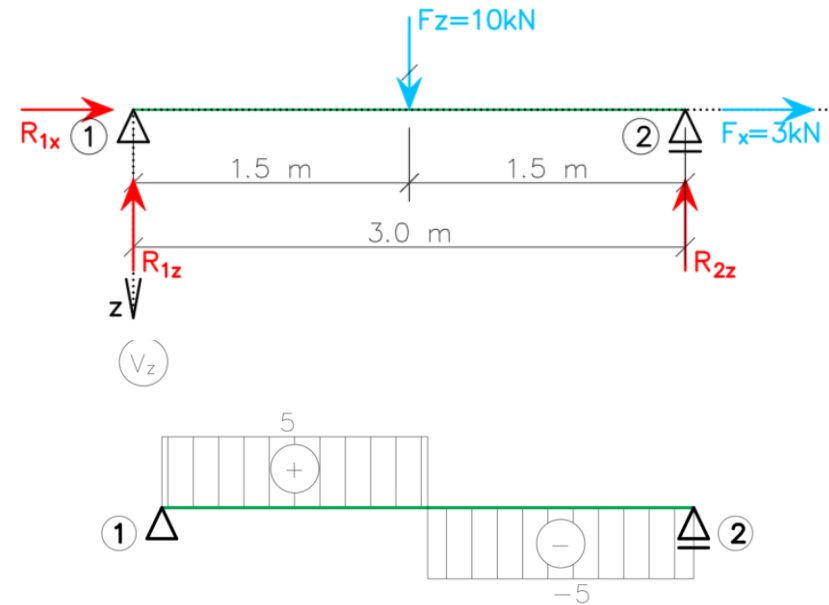
$$S_{xy,2} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0,3 \cdot (-0,15) = -0,0135 \text{ m}^3$$

$$\tau_{zx,2} = -\frac{5 \cdot (-0,0135)}{0,0054 \cdot 0,3} = 41,67 \text{ kPa}$$

$$S_{xy,3} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0,6 \cdot 0 = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{zx,3} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$

$$\tau_{xy} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$



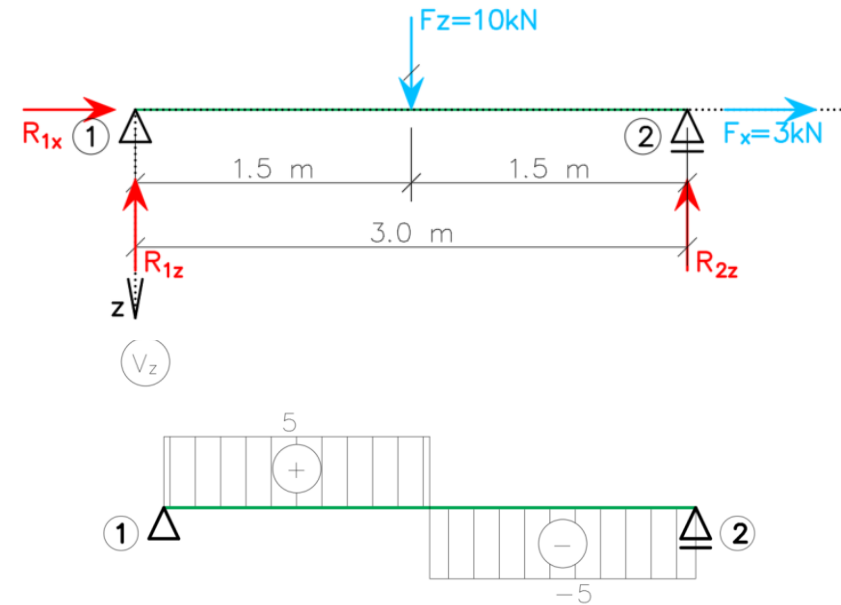
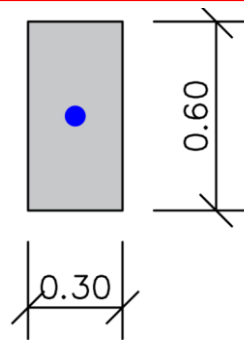
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\tau_{xz} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$

$$S_{xy,1} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0 \cdot (-0,3) = 0$$

$$\tau_{zx,1} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$

$$S_{xy,2} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0,3 \cdot (-0,15) = -0,0135 \text{ m}^3$$

$$\tau_{zx,2} = -\frac{5 \cdot (-0,0135)}{0,0054 \cdot 0,3} = 41,67 \text{ kPa}$$

$$S_{xy,3} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0,6 \cdot 0 = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{zx,3} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$

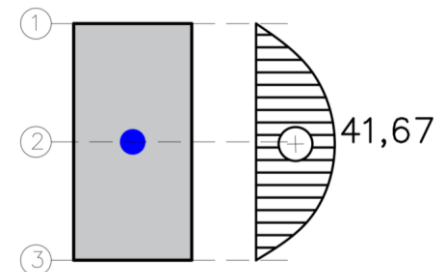
$$\tau_{xy} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$

$$S_{xy,1} = B \cdot H \cdot 0 = 0,6 \cdot 0 = 0$$

$$\tau_{zx,1} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$

$$S_{xy,2} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0,6 \cdot 0 = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{zx,3} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$



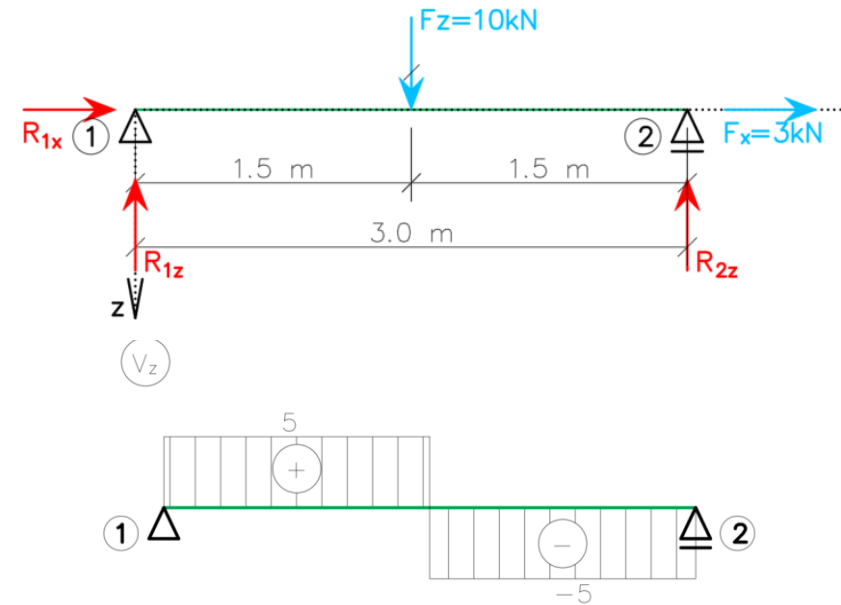
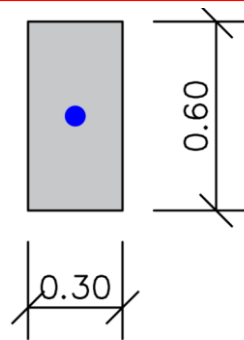
SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

Průřezové charakteristiky

$$A = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 0,3 \cdot 0,6^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$



$$\tau_{xz} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$

$$S_{xy,1} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0 \cdot (-0,3) = 0$$

$$\tau_{zx,1} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$

$$S_{xy,2} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0,3 \cdot (-0,15) = -0,0135 \text{ m}^3$$

$$\tau_{zx,2} = -\frac{5 \cdot (-0,0135)}{0,0054 \cdot 0,3} = 41,67 \text{ kPa}$$

$$S_{xy,3} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0,6 \cdot 0 = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{zx,3} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$

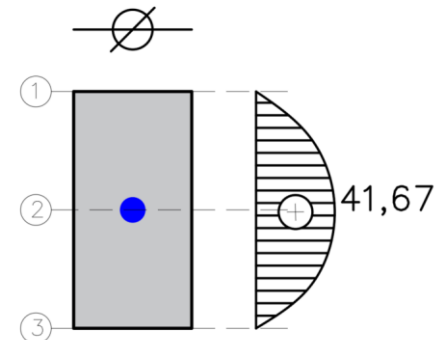
$$\tau_{xy} = \frac{V_z}{I_y b} \bar{S}_{xy}$$

$$S_{xy,1} = B \cdot H \cdot 0 = 0,6 \cdot 0 = 0$$

$$\tau_{zx,1} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$

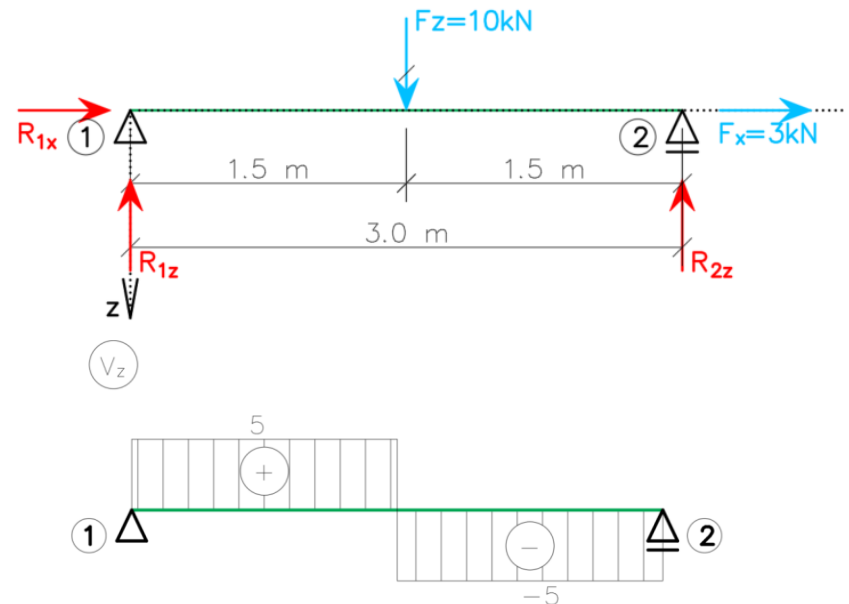
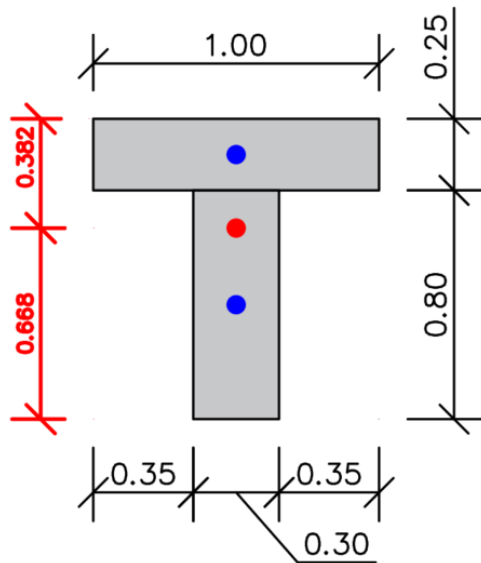
$$S_{xy,2} = B \cdot H \cdot r = 0,3 \cdot 0,6 \cdot 0 = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{zx,3} = -\frac{5,0}{0,0054 \cdot 0,3} = 0 \text{ kPa}$$



SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0.49 \text{ m}^2$$

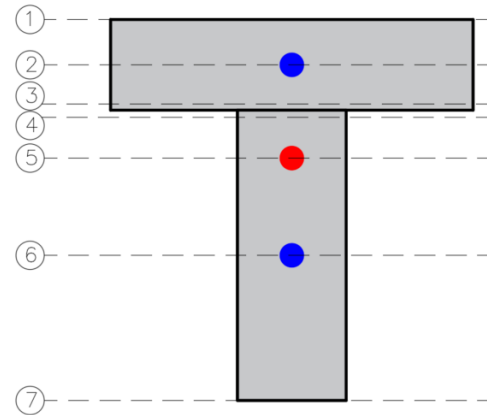
$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

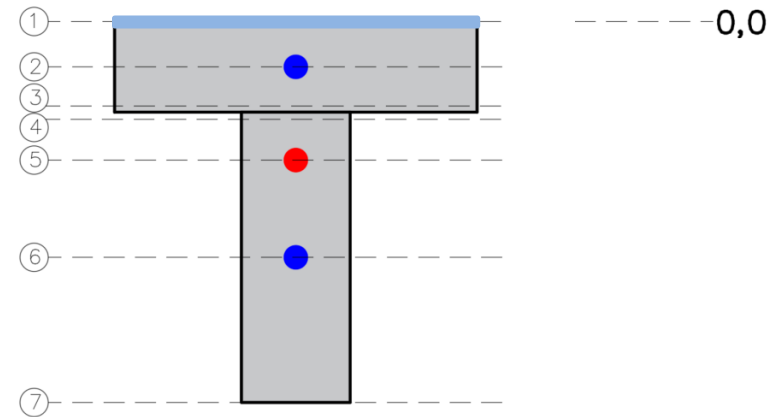
$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 1,0 \cdot (-0,382) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,1} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{0}{1} = 0 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

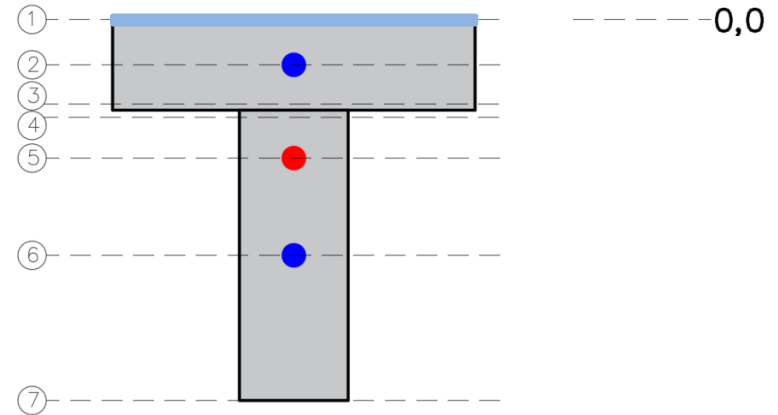
$$\bar{S}_{xy,1} = 1,0 \cdot (-0,382) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,1} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{0}{1} = 0 \text{ kPa}$$

Plocha

Rameno

$\bar{S}_{xy} = b \cdot h(z) \cdot r(z) \Rightarrow$ Parabolický průběh smykového napětí



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

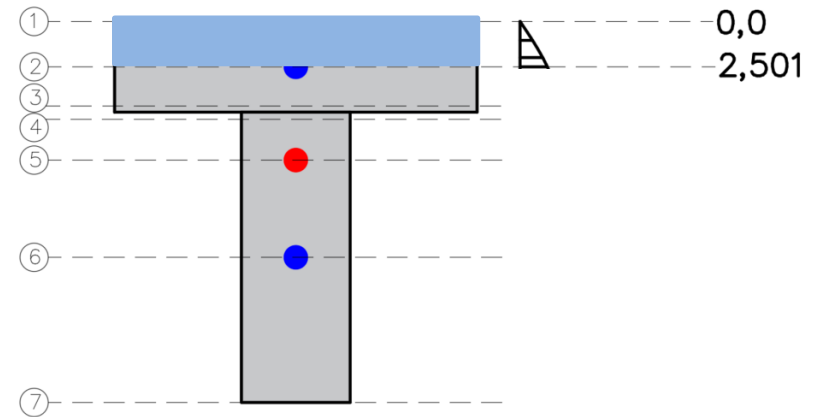
$$\tau_{xz} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 1,0 \cdot (-0,382) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,1} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{0}{1} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 1,0,125 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = -0,03993 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,2} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{-0,03993}{1} = 2,501 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 1,0 \cdot (-0,382) = 0 \text{ m}^3$$

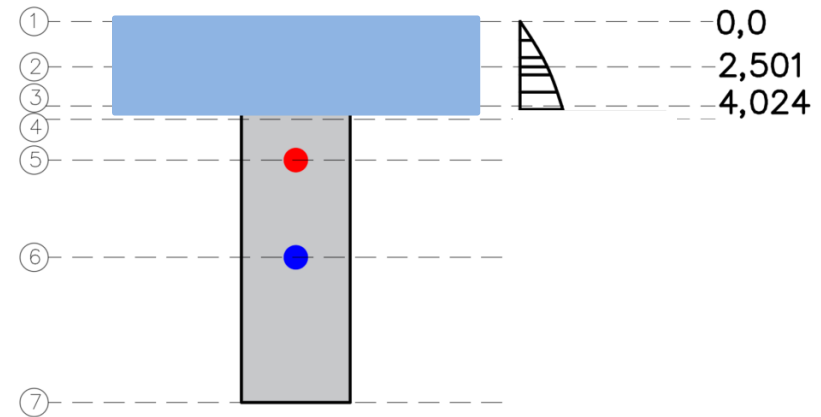
$$\tau_{xz,1} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{0}{1} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 1,0,125 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = -0,03993 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,2} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{-0,03993}{1} = 2,501 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,3} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) = -0,06425 \text{ m}^2$$

$$\tau_{xz,3} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06425}{1} = 4,024 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 1,0 \cdot (-0,382) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,1} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{0}{1} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 1,0,125 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = -0,03993 \text{ m}^3$$

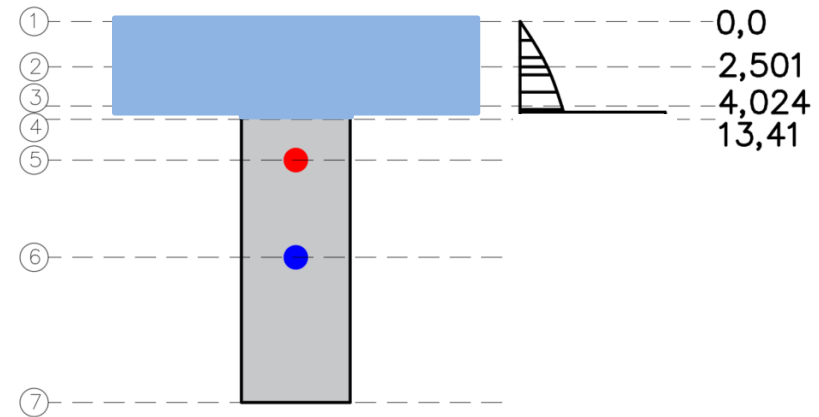
$$\tau_{xz,2} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{-0,03993}{1} = 2,501 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,3} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) = -0,06425 \text{ m}^2$$

$$\tau_{xz,3} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06425}{1} = 4,024 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,4} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) = -0,06425 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,4} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06425}{0,3} = 13,41 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 1,0 \cdot (-0,382) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,1} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{0}{1} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 1,0,125 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = -0,03993 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,2} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{-0,03993}{1} = 2,501 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,3} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) = -0,06425 \text{ m}^2$$

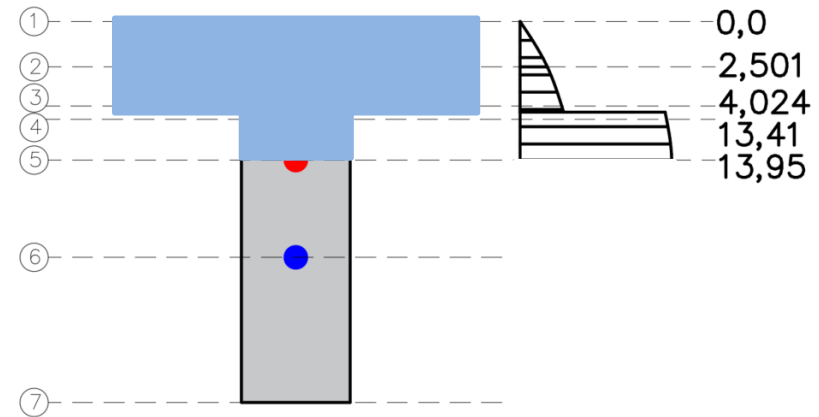
$$\tau_{xz,3} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06425}{1} = 4,024 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,4} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) = -0,06425 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,4} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06425}{0,3} = 13,41 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,5} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) + 0,132 \cdot 0,3 \cdot (-0,066) = -0,06686 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,5} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06686}{0,3} = 13,95 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 1,0 \cdot (-0,382) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,1} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{0}{1} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 1,0,125 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = -0,03993 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,2} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{-0,03993}{1} = 2,501 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,3} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) = -0,06425 \text{ m}^2$$

$$\tau_{xz,3} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06425}{1} = 4,024 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,4} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) = -0,06425 \text{ m}^3$$

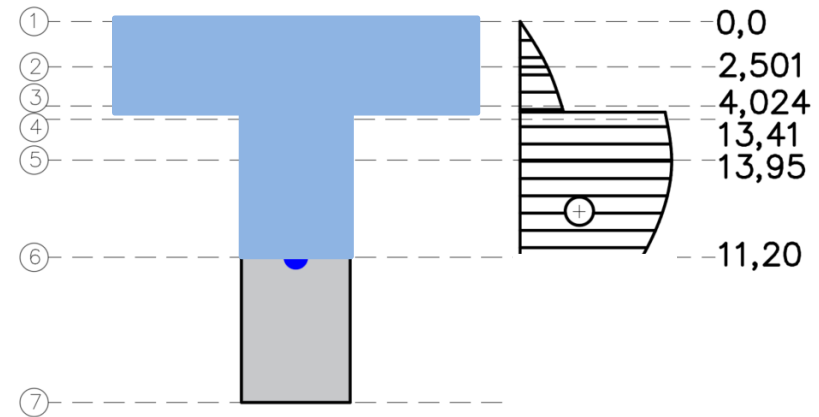
$$\tau_{xz,4} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06425}{0,3} = 13,41 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,5} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) + 0,132 \cdot 0,3 \cdot (-0,066) = -0,06686 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,5} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06686}{0,3} = 13,95 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,6} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) + 0,132 \cdot 0,3 \cdot (0,668 - 0,4) = -0,05364 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,6} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,05364}{0,3} = 11,20 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xz} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 1,0 \cdot (-0,382) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,1} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{0}{1} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 1,0,125 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = -0,03993 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,2} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = -62,63 \frac{-0,03993}{1} = 2,501 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,3} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) = -0,06425 \text{ m}^2$$

$$\tau_{xz,3} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06425}{1} = 4,024 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,4} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) = -0,06425 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,4} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06425}{0,3} = 13,41 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,5} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) + 0,132 \cdot 0,3 \cdot (-0,066) = -0,06686 \text{ m}^3$$

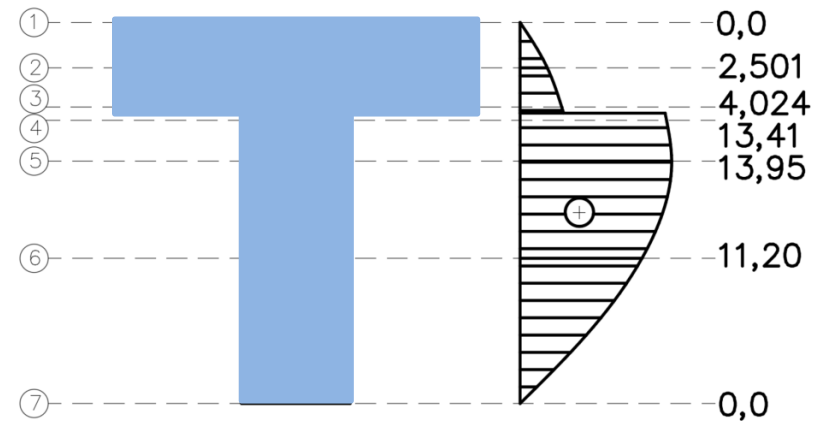
$$\tau_{xz,5} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,06686}{0,3} = 13,95 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,6} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) + 0,132 \cdot 0,3 \cdot (0,668 - 0,4) = -0,05364 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,6} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,05364}{0,3} = 11,20 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,7} = 1,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125) + 0,8 \cdot 0,3 \cdot (0,668 - 0,4) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,7} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{0}{0,3} = 0 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

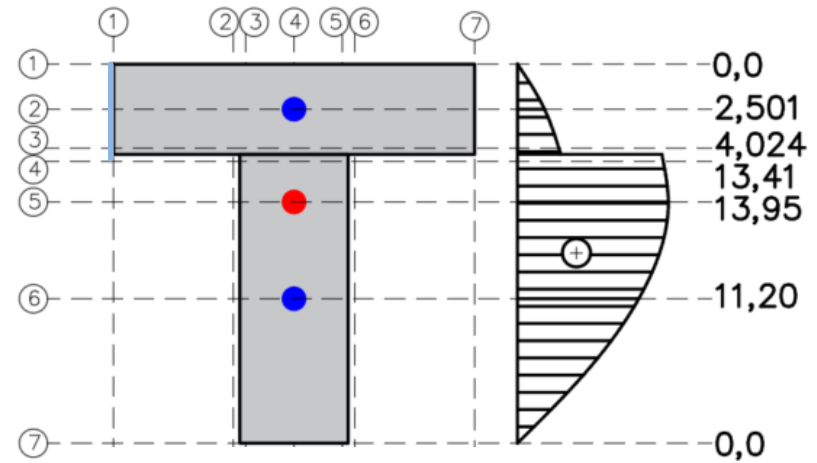
$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xy} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xy} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

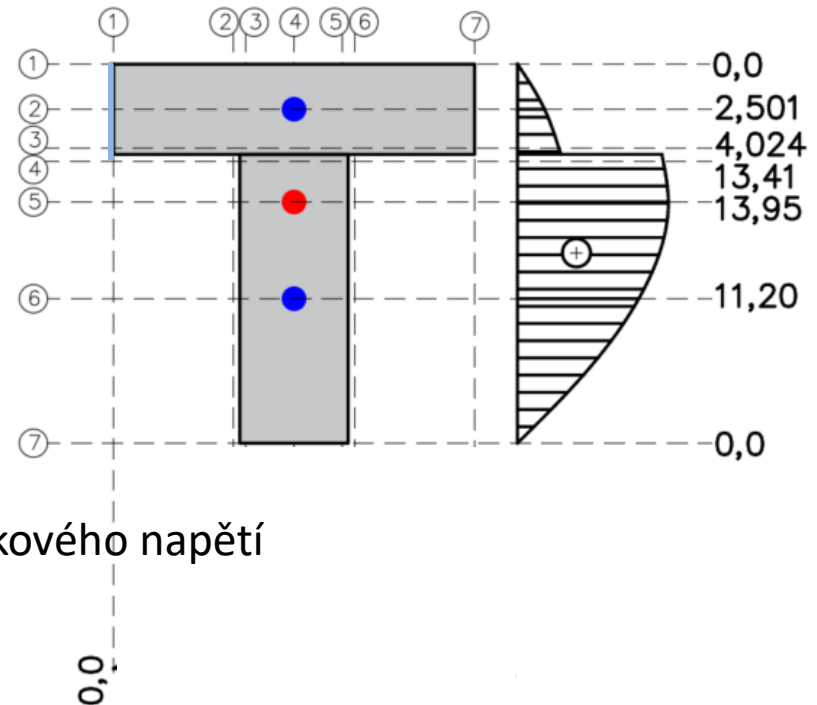
$$\bar{S}_{xy,1} = 0,0,25 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xy,1} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{0}{0,25} = 0 \text{ kPa}$$

Plocha

Rameno

$\bar{S}_{xy} = b(y) \cdot h \cdot r \Rightarrow$ Lineární průběh smykového napětí



Průřezové charakteristiky

$$A = 0.49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

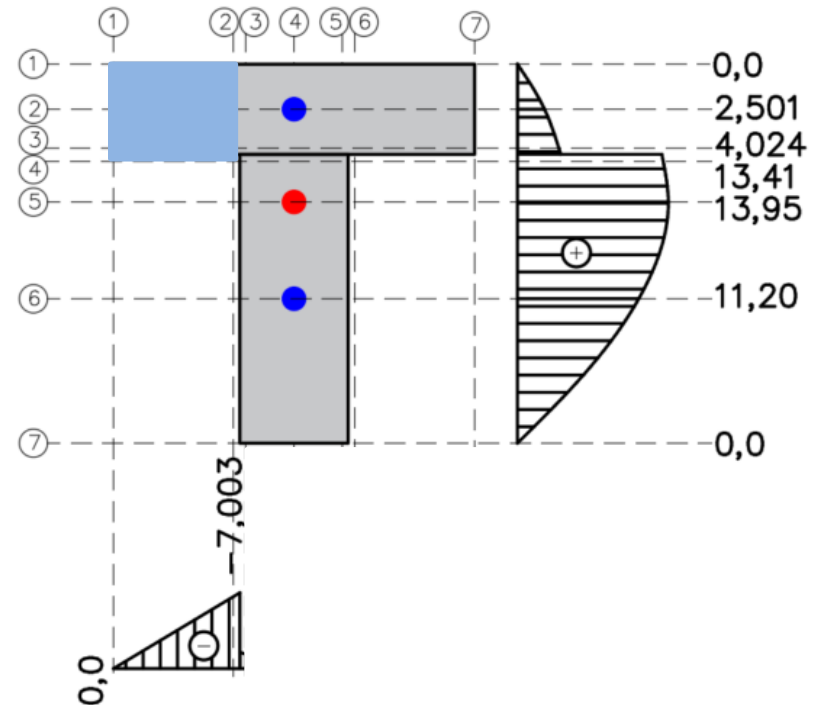
$$\tau_{xy} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 0,025 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xy,1} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{0}{0,25} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,2} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{0,25} = -7,003 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xy} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 0,025 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = 0 \text{ m}^3$$

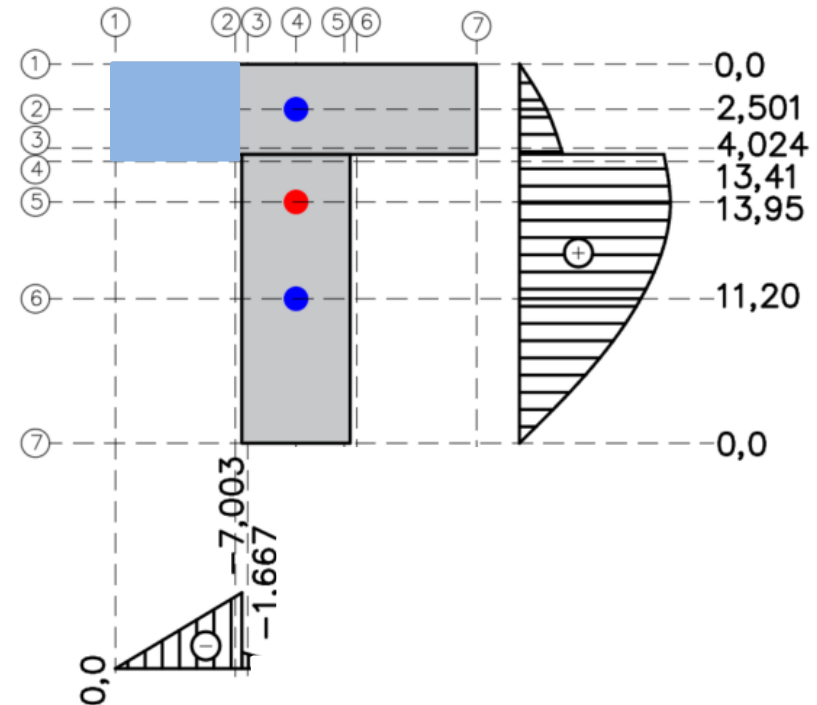
$$\tau_{xy,1} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{0}{0,25} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,2} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{0,25} = -7,003 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,3} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,3} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{1,05} = -1,667 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xy} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 0,025 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xy,1} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{0}{0,25} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) = -0,02249 \text{ m}^3$$

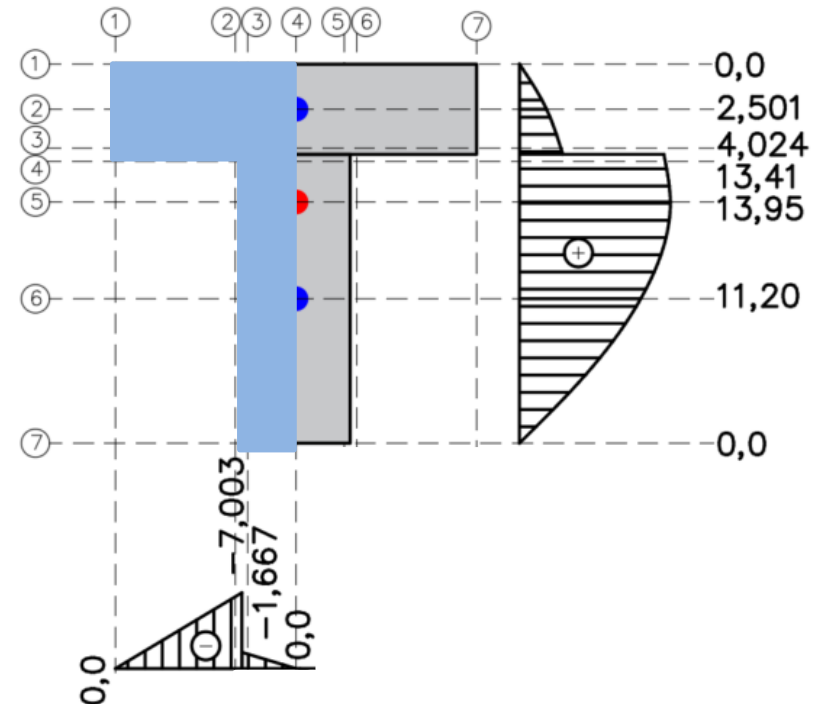
$$\tau_{xz,2} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{0,25} = -7,003 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,3} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,3} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{1,05} = -1,667 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,4} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) + 1,05 \cdot 0,15 \cdot 0,143 = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,4} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{0}{1,05} = 0 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xy} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 0,025 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xy,1} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{0}{0,25} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,2} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{0,25} = -7,003 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,3} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) = -0,02249 \text{ m}^3$$

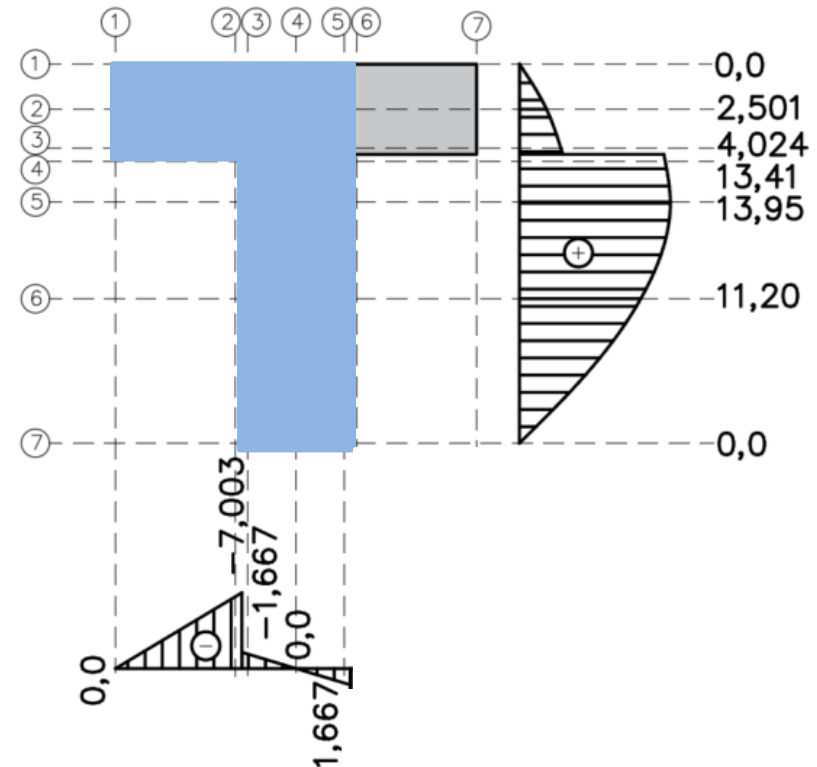
$$\tau_{xz,3} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{1,05} = -1,667 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,4} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) + 1,05 \cdot 0,15 \cdot 0,143 = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,4} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{0}{1,05} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,5} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) + 1,05 \cdot 0,3 \cdot 0,143 = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,5} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{1,05} = 1,667 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xy} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 0,025 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xy,1} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{0}{0,25} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,2} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{0,25} = -7,003 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,3} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,3} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{1,05} = -1,667 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,4} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) + 1,05 \cdot 0,15 \cdot 0,143 = 0 \text{ m}^3$$

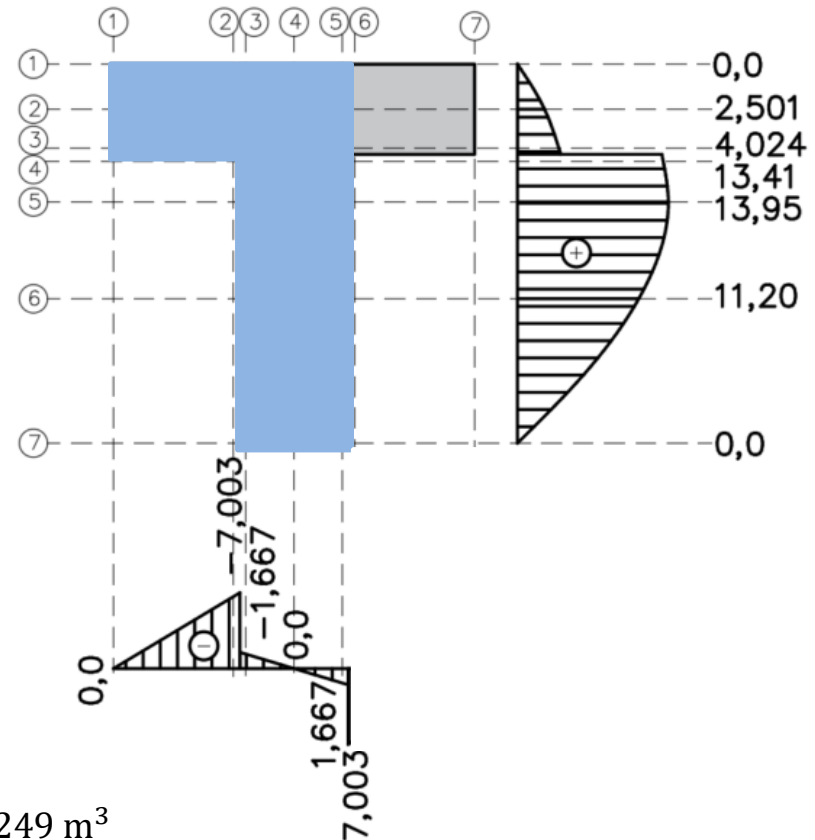
$$\tau_{xz,4} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{0}{1,05} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,5} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) + 1,05 \cdot 0,3 \cdot 0,143 = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,5} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{1,05} = 1,667 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,6} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) + 1,05 \cdot 0,3 \cdot 0,143 = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,6} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,05364}{0,25} = 7,003 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU

$$\tau_{xy} = \frac{V_z \bar{S}_{xy}}{I_y b} = \frac{3}{4,79 \cdot 10^{-2} b} \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b}$$

$$\bar{S}_{xy,1} = 0,025 \cdot (-0,382 + 0,125/2) = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xy,1} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{0}{0,25} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,2} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,2} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{0,25} = -7,003 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,3} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,3} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{1,05} = -1,667 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,4} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) + 1,05 \cdot 0,15 \cdot 0,143 = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,4} = 62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = 62,63 \frac{0}{1,05} = 0 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,5} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) + 1,05 \cdot 0,3 \cdot 0,143 = -0,02249 \text{ m}^3$$

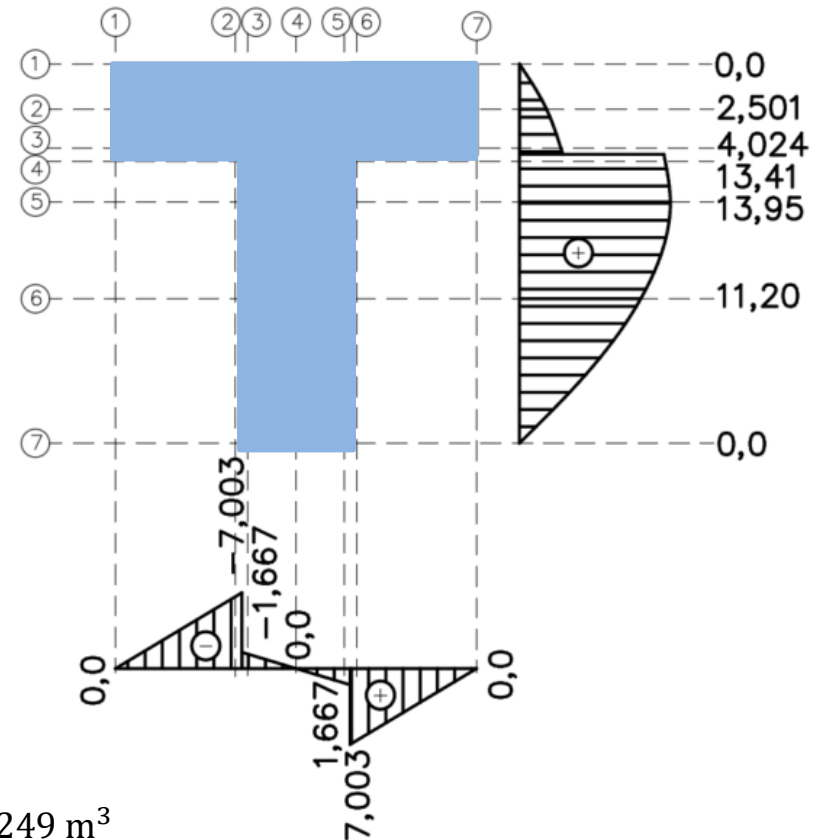
$$\tau_{xz,5} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy,1}}{b} = 62,63 \frac{-0,02795}{1,05} = 1,667 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,6} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) + 1,05 \cdot 0,3 \cdot 0,143 = -0,02249 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,6} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{-0,05364}{0,25} = 7,003 \text{ kPa}$$

$$\bar{S}_{xy,7} = 2,035 \cdot 0,25 \cdot (-0,382 + 0,25/2) + 1,05 \cdot 0,3 \cdot 0,143 = 0 \text{ m}^3$$

$$\tau_{xz,7} = -62,63 \frac{\bar{S}_{xy}}{b} = -62,63 \frac{0}{0,25} = 0 \text{ kPa}$$



Průřezové charakteristiky

$$A = 0,49 \text{ m}^2$$

$$I_y = 4,79 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_z = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

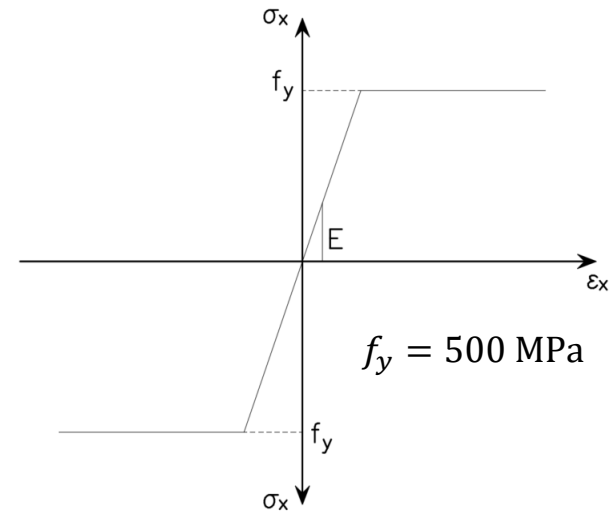
$$D_{yz} = 0 \text{ m}^4$$

- NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU
 - TEORIE
 - PŘÍKLADY
- **SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU**
- ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ
- DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU
- STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU
 - TEORIE
 - PŘÍKLADY
- SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU
- **ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ**
- DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU
- STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

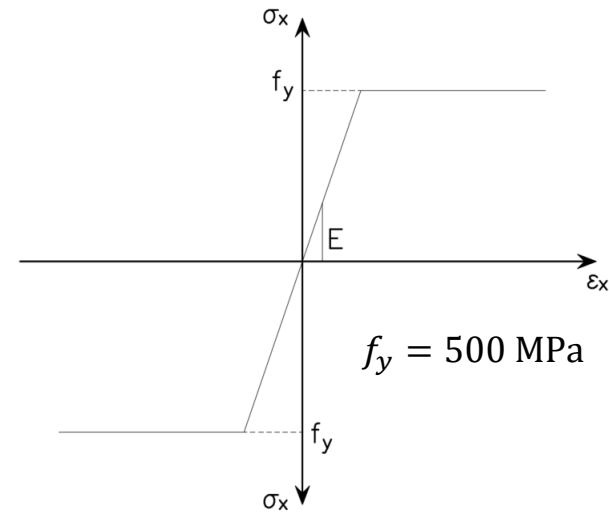
ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Silně nelineární pracovní digram materiálu lze zjednodušit na pracovní diagram elasto-plastického modelu. U oceli se uvažuje stejná hodnota meze kluzu f_y v tlaku a tahu.



ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Silně nelineární pracovní digram materiálu lze zjednodušit na pracovní diagram elasto-plastického modelu. U oceli se uvažuje stejná hodnota meze kluzu f_y v tlaku a tahu.



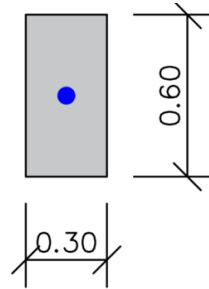
Pro vnitřní síly v průřezu platí za prostého ohybu tyto rovnice.

$$N = \int_A \sigma_x dA$$

$$M_y = \int_A \sigma_x z dA = N \cdot r$$

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

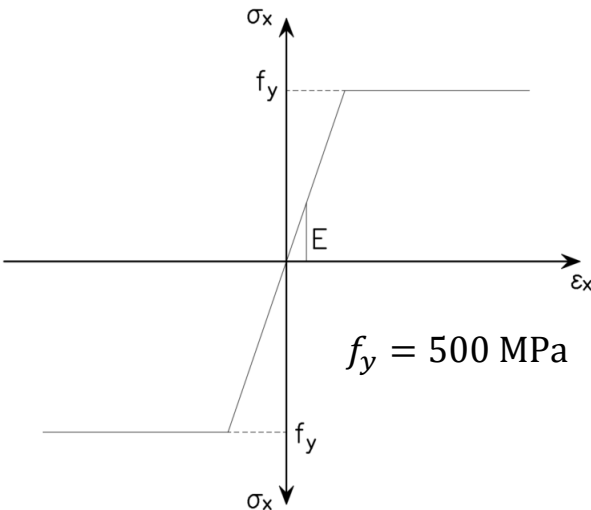
Silně nelineární pracovní digram materiálu lze zjednodušit na pracovní diagram elasto-plastického modelu. U oceli se uvažuje stejná hodnota meze kluzu f_y v tlaku a tahu.



Průřezové charakteristiky

$$I_y = \frac{1}{12}bh^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

ELASTICKÝ STAV



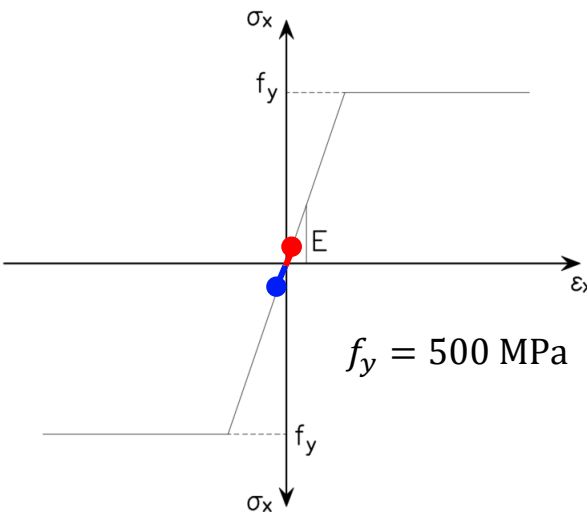
Pro vnitřní síly v průřezu platí za prostého ohybu tyto rovnice.

$$N = \int_A \sigma_x dA$$

$$M_y = \int_A \sigma_x z dA = N \cdot r$$

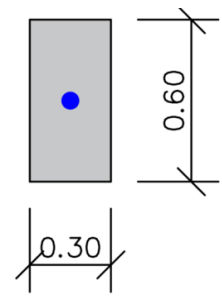
ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Silně nelineární pracovní digram materiálu lze zjednodušit na pracovní diagram elasto-plastického modelu. U oceli se uvažuje stejná hodnota meze kluzu f_y v tlaku a tahu.



Pro vnitřní síly v průřezu platí za prostého ohybu tyto rovnice.

$$N = \int_A \sigma_x dA$$
$$M_y = \int_A \sigma_x z dA = N \cdot r$$



Průřezové charakteristiky

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

ELASTICKÝ STAV

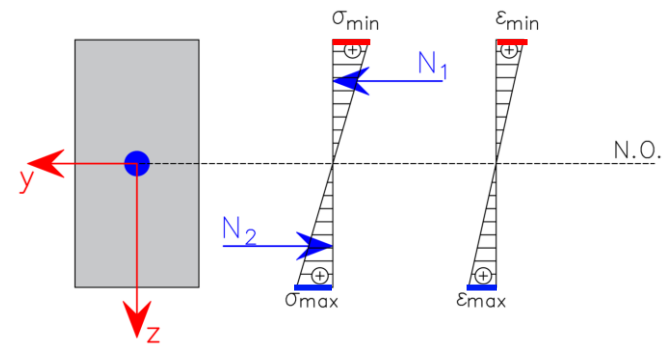
$$N_1 = N_2 = \frac{1}{2} \sigma_x b \frac{1}{2} h$$
$$r_1 = \frac{2}{3} h$$

$$M_{y,el} = 1000 \text{ kNm}$$

$$M_{y,el} = \frac{1}{2} \sigma_x b \frac{1}{2} h \frac{2}{3} h$$

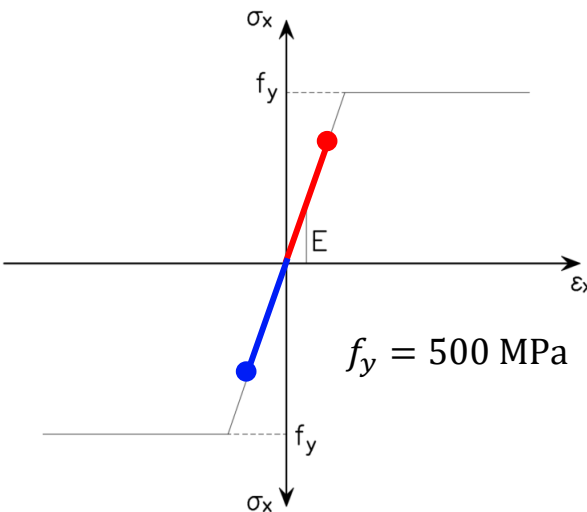
$$\sigma_x = \frac{2}{b \frac{1}{2} h} \frac{M_{y,el}}{r}$$

$$\sigma_x = \frac{2}{0,30,3} \frac{1\,000}{0,4} = 55,5 \text{ MPa}$$



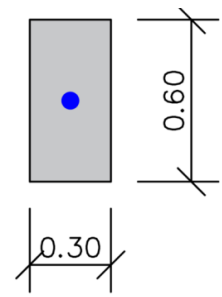
ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Silně nelineární pracovní digram materiálu lze zjednodušit na pracovní diagram elasto-plastického modelu. U oceli se uvažuje stejná hodnota meze kluzu f_y v tlaku a tahu.



Pro vnitřní síly v průřezu platí za prostého ohybu tyto rovnice.

$$N = \int_A \sigma_x dA$$
$$M_y = \int_A \sigma_x z dA = N \cdot r$$



Průřezové charakteristiky

$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

ELASTICKÝ STAV

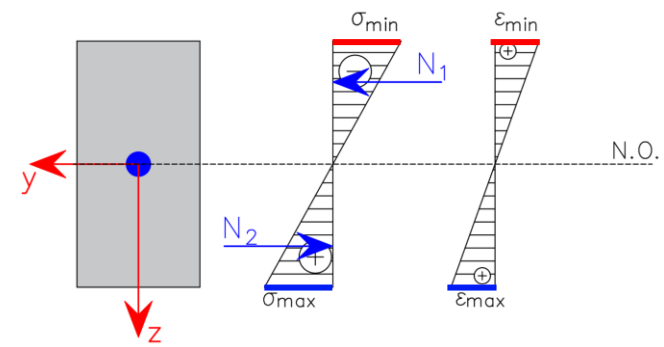
$$N_1 = N_2 = \frac{1}{2} \sigma_x b \frac{1}{2} h$$
$$r_1 = \frac{2}{3} h$$

$$M_{y,el} = 6 \cdot 10^3 \text{ kNm}$$

$$M_{y,el} = \frac{1}{2} \sigma_x b \frac{1}{2} h \frac{2}{3} h$$

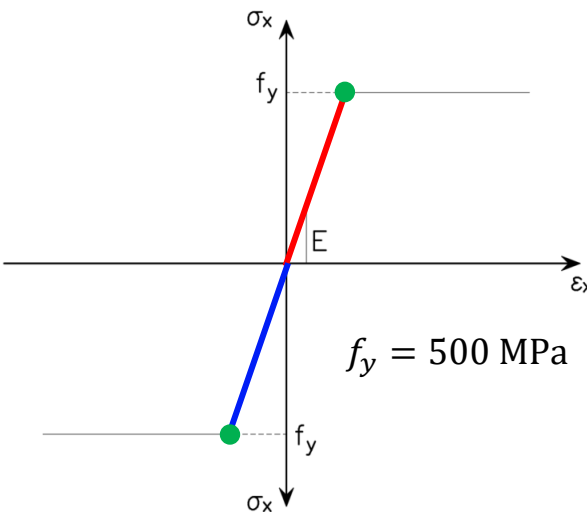
$$\sigma_x = \frac{2}{b \frac{1}{2} h} \frac{M_{y,el}}{r}$$

$$\sigma_x = \frac{2}{0,3 \cdot 0,3} \frac{6 \cdot 10^3}{0,4} = 333,3 \text{ MPa}$$



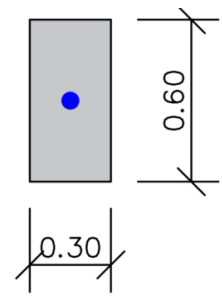
ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Silně nelineární pracovní digram materiálu lze zjednodušit na pracovní diagram elasto-plastického modelu. U oceli se uvažuje stejná hodnota meze kluzu f_y v tlaku a tahu.



Pro vnitřní síly v průřezu platí za prostého ohybu tyto rovnice.

$$N = \int_A \sigma_x dA$$
$$M_y = \int_A \sigma_x z dA = N \cdot r$$



Průřezové charakteristiky

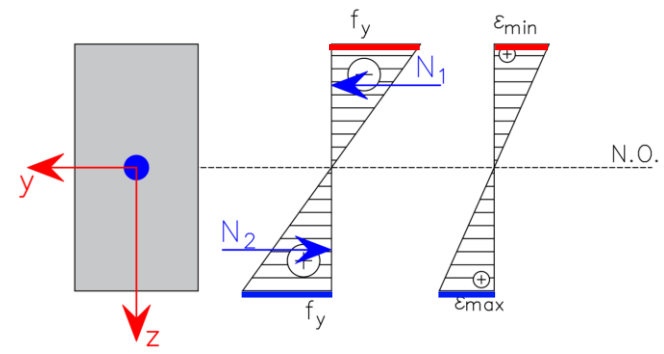
$$I_y = \frac{1}{12} b h^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

LIMITNÍ ELASTICKÝ STAV

$$N_1 = N_2 = \frac{1}{2} f_y b \frac{1}{2} h$$
$$r_1 = \frac{2}{3} h$$

$$M_{y,el,max} = N_1 r_1$$
$$M_{y,el,max} = \frac{1}{2} f_y b \frac{1}{2} h \frac{2}{3} h$$

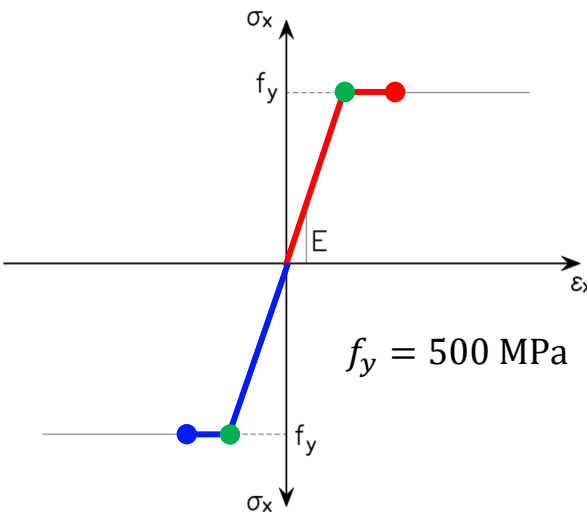
$$M_{y,el,max} = 9 \cdot 10^3 \text{ kNm}$$



Limitní elastický stav je definovaný dosažením meze kluzu f_y v krajních vláknech průřezu.

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

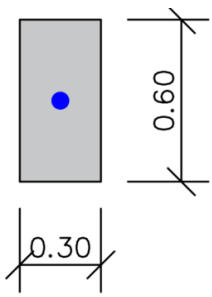
Silně nelineární pracovní digram materiálu lze zjednodušit na pracovní diagram elasto-plastického modelu. U oceli se uvažuje stejná hodnota meze kluzu f_y v tlaku a tahu.



Pro vnitřní síly v průřezu platí za prostého ohybu tyto rovnice.

$$N = \int_A \sigma_x dA$$

$$M_y = \int_A \sigma_x z dA = N \cdot r$$



Průřezové charakteristiky

$$I_y = \frac{1}{12}bh^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

ELASTO-PLASTICKÝ STAV

$$N_1 = N_2 = f_y b \left(\frac{1}{2}h - \zeta \right)$$

$$r_1 = \frac{1}{4}h + \frac{1}{2}\zeta$$

$$N_3 = N_4 = \frac{1}{2}f_y b \zeta$$

$$r_2 = \frac{2}{3}\zeta$$

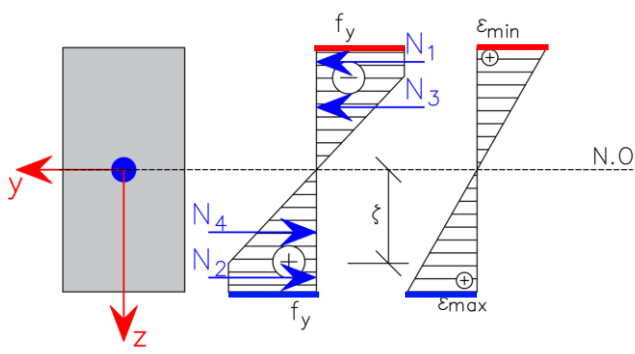
$$M_{y,elpl} = 1,1 \cdot 10^4 \text{ kNm}$$

$$M_{y,elpl} = 2N_1r_1 + 2N_2r_2$$

$$M_{y,elpl} = 2f_y b \left(\frac{1}{2}h - \zeta \right) \left(\frac{1}{4}h + \frac{1}{2}\zeta \right) + 2 \cdot \frac{1}{2}f_y b \zeta \frac{2}{3}$$

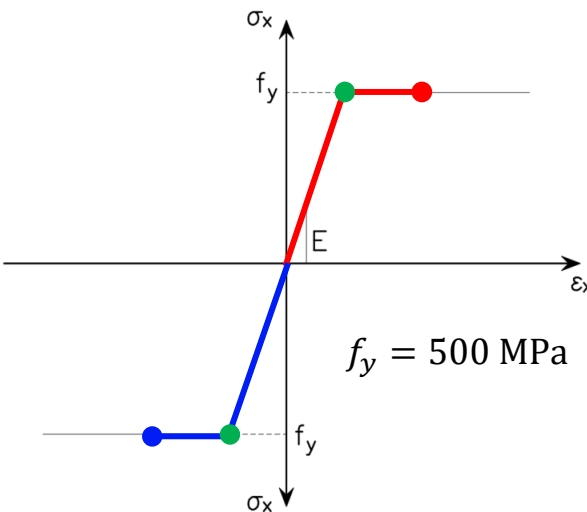
$$\zeta^2 - \zeta \frac{2}{3} - \frac{1}{4}h^2 + \frac{M_y}{f_y b} = 0$$

$$\zeta = 0,1896 \text{ m}$$



ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

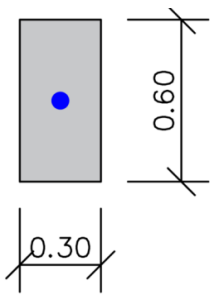
Silně nelineární pracovní digram materiálu lze zjednodušit na pracovní diagram elasto-plastického modelu. U oceli se uvažuje stejná hodnota meze kluzu f_y v tlaku a tahu.



Pro vnitřní síly v průřezu platí za prostého ohybu tyto rovnice.

$$N = \int_A \sigma_x dA$$

$$M_y = \int_A \sigma_x z dA = N \cdot r$$



Průřezové charakteristiky

$$I_y = \frac{1}{12}bh^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

ELASTO-PLASTICKÝ STAV

$$N_1 = N_2 = f_y b \left(\frac{1}{2}h - \zeta \right)$$

$$r_1 = \frac{1}{4}h + \frac{1}{2}\zeta$$

$$N_3 = N_4 = \frac{1}{2}f_y b \zeta$$

$$r_2 = \frac{2}{3}\zeta$$

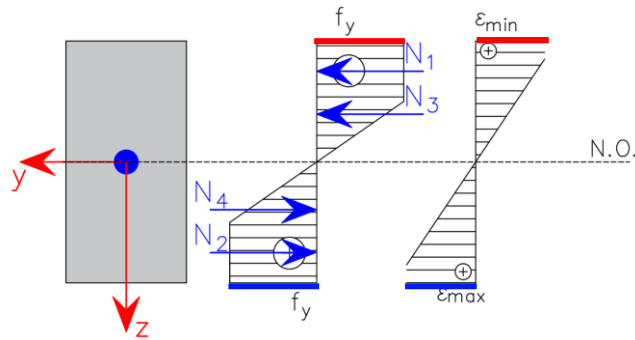
$$M_{y,elpl} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ kNm}$$

$$M_{y,elpl} = 2N_1r_1 + 2N_2r_2$$

$$M_{y,elpl} = 2f_y b \left(\frac{1}{2}h - \zeta \right) \left(\frac{1}{4}h + \frac{1}{2}\zeta \right) + 2 \frac{1}{2}f_y b \zeta \frac{2}{3}$$

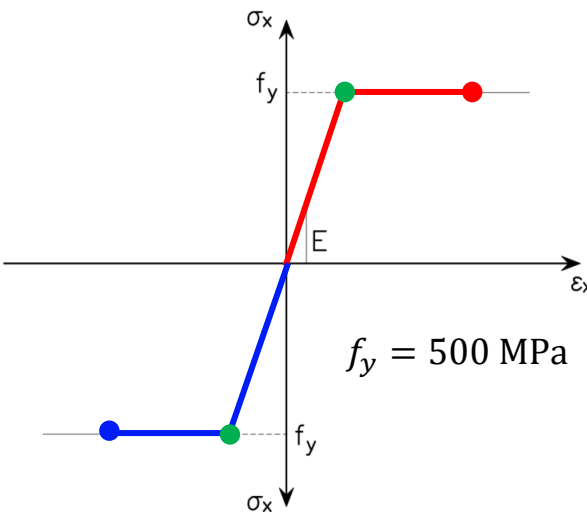
$$\zeta^2 - \zeta \frac{2}{3} - \frac{1}{4}h^2 + \frac{M_y}{f_y b} = 0$$

$$\zeta = 0,1666 \text{ m}$$



ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

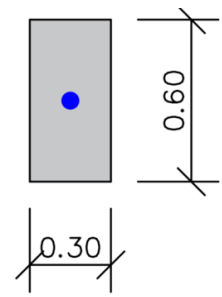
Silně nelineární pracovní digram materiálu lze zjednodušit na pracovní diagram elasto-plastického modelu. U oceli se uvažuje stejná hodnota meze kluzu f_y v tlaku a tahu.



Pro vnitřní síly v průřezu platí za prostého ohybu tyto rovnice.

$$N = \int_A \sigma_x dA$$

$$M_y = \int_A \sigma_x z dA = N \cdot r$$



Průřezové charakteristiky

$$I_y = \frac{1}{12}bh^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

ELASTO-PLASTICKÝ STAV

$$N_1 = N_2 = f_y b \left(\frac{1}{2}h - \zeta \right)$$

$$r_1 = \frac{1}{4}h + \frac{1}{2}\zeta$$

$$N_3 = N_4 = \frac{1}{2}f_y b \zeta$$

$$r_2 = \frac{2}{3}\zeta$$

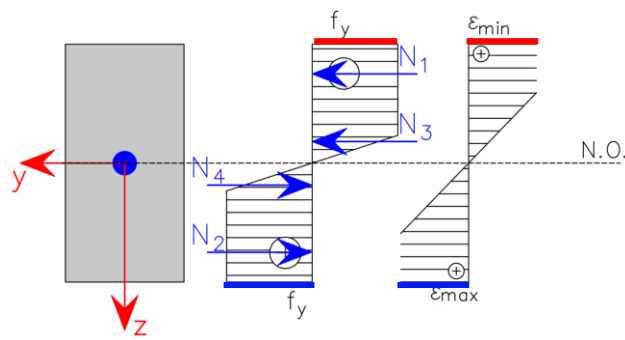
$$M_{y,elpl} = 1,3 \cdot 10^4 \text{ kNm}$$

$$M_{y,elpl} = 2N_1r_1 + 2N_2r_2$$

$$M_{y,elpl} = 2f_y b \left(\frac{1}{2}h - \zeta \right) \left(\frac{1}{4}h + \frac{1}{2}\zeta \right) + 2 \cdot \frac{1}{2}f_y b \zeta \frac{2}{3}$$

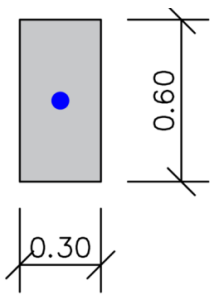
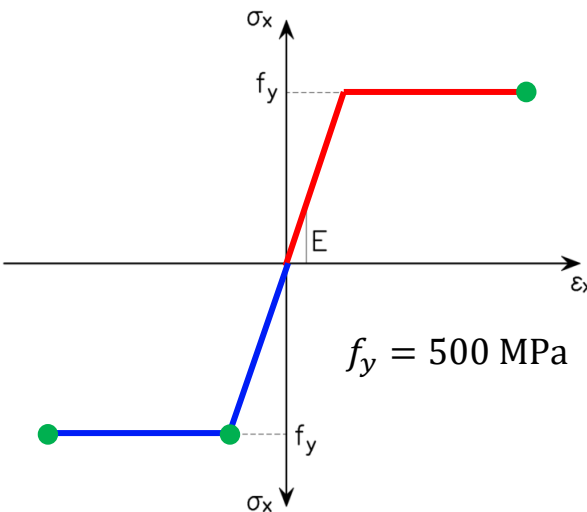
$$\zeta^2 - \zeta \frac{2}{3} - \frac{1}{4}h^2 + \frac{M_y}{f_y b} = 0$$

$$\zeta = 0,1163 \text{ m}$$



ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Silně nelineární pracovní digram materiálu lze zjednodušit na pracovní diagram elasto-plastického modelu. U oceli se uvažuje stejná hodnota meze kluzu f_y v tlaku a tahu.



Průřezové charakteristiky

$$I_y = \frac{1}{12}bh^3 = 0,0054 \text{ m}^4$$

PLNĚ ZPLASTIZOVANÝ PRŮŘEZ

$$N_1 = N_2 = f_y b \frac{1}{2} h$$
$$r_1 = \frac{1}{2} h$$

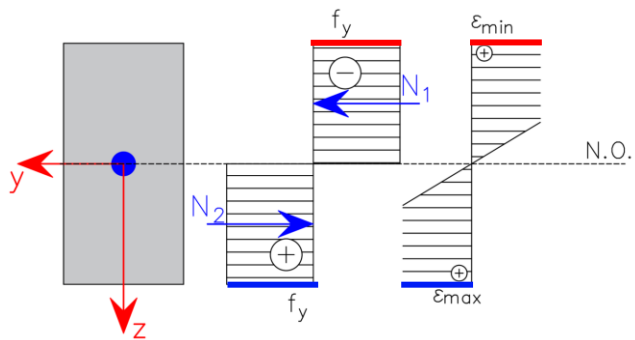
$$M_{y,pl} = N_1 r_1$$

$$M_{y,pl} = f_y b \frac{1}{2} h \frac{1}{2} h = 1,35 \cdot 10^4 \text{ kNm}$$

Pro vnitřní síly v průřezu platí za prostého ohybu tyto rovnice.

$$N = \int_A \sigma_x dA$$

$$M_y = \int_A \sigma_x z dA = N \cdot r$$



Při plném zplastizování průřezu dochází k dosažení meze kluzu f_y po celé výšce průřezu. Při dosažení zplastizování průřezu dochází k vytvoření tzv. **plastického kloubu** a porušení konstrukce v místě zplastizování.

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Plastický kloub reprezentuje oblast na konstrukci, kde dochází k zplastizování průřezu. Plastická oblast je definována pomocí proměnné ζ .

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Plastický kloub reprezentuje oblast na konstrukci, kde dochází k zplastizování průřezu. Plastická oblast je definována pomocí proměnné ζ .

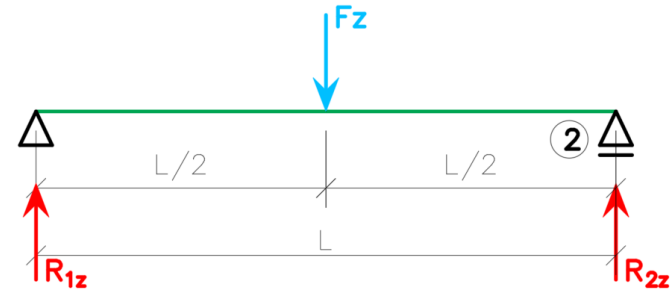
$$R_{1x} = 0$$

$$R_{1z} = \frac{F}{2}$$

$$R_{2z} = \frac{F}{2}$$

$$M_{y,max} = \frac{F_z L}{4}$$

$$L = 10 \text{ m}$$



ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Plastický kloub reprezentuje oblast na konstrukci, kde dochází k zplastizování průřezu. Plastická oblast je definována pomocí proměnné ζ .

MEZNÍ ELASTICKÝ STAV

Ohybový moment: $M_{y,el,max} = 9 \cdot 10^3 \text{ kNm}$
Mez plastické části: $\zeta = 0,3 \text{ m}$
Osamělé břemeno: $F = 3,6 \cdot 10^3 \text{ kN}$

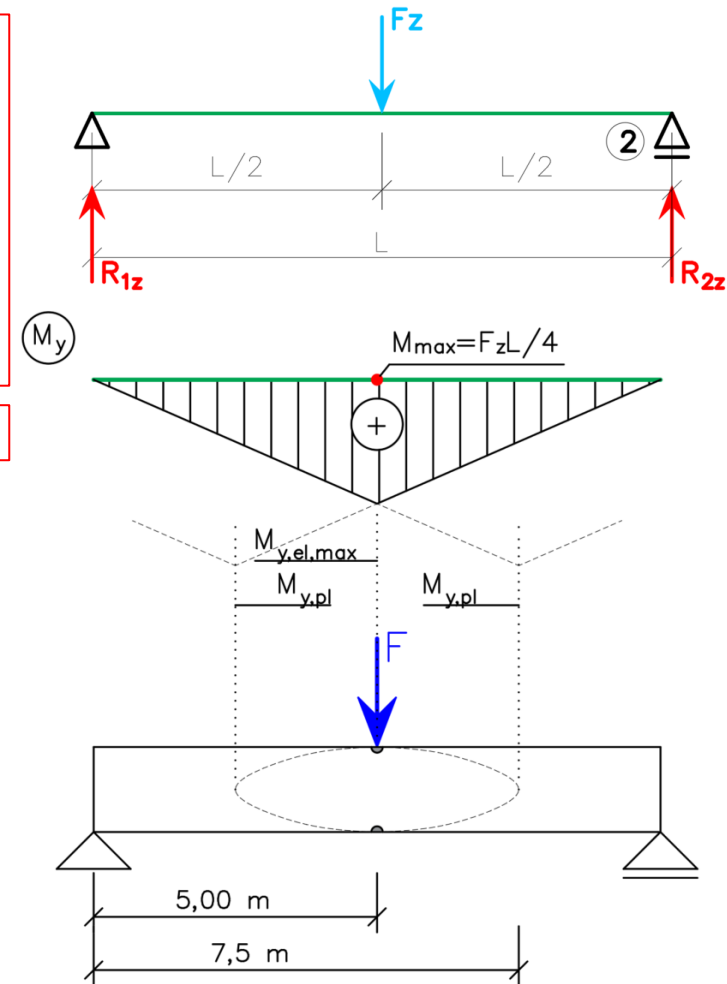
$$R_{1x} = 0$$

$$R_{1z} = \frac{F}{2}$$

$$R_{2z} = \frac{F}{2}$$

$$M_{y,max} = \frac{F_z L}{4}$$

$$L = 10 \text{ m}$$



Mez plastické oblasti:

$$\zeta^2 - \zeta \frac{2}{3} - \frac{1}{4} h^2 + \frac{M_y}{f_y b} = 0$$

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Plastický kloub reprezentuje oblast na konstrukci, kde dochází k zplastizování průřezu. Plastická oblast je definována pomocí proměnné ζ .

MEZNÍ ELASTICKÝ STAV

Ohybový moment: $M_{y,el,max} = 9 \cdot 10^3 \text{ kNm}$
Mez plastické části: $\zeta = 0,3 \text{ m}$
Osamělé břemeno: $F = 3,6 \cdot 10^3 \text{ kN}$

Mezní elastický stav na nosníku:

Vzdálenost na nosníku, kde je materiál poprvé dosáhne meze kluzu/pevnosti.

$$M_{y,el,max} = 9 \cdot 10^3 = \frac{F}{2} x$$
$$x = \frac{9 \cdot 10^3 \cdot 2}{3,6 \cdot 10^3} = 5 \text{ m}$$

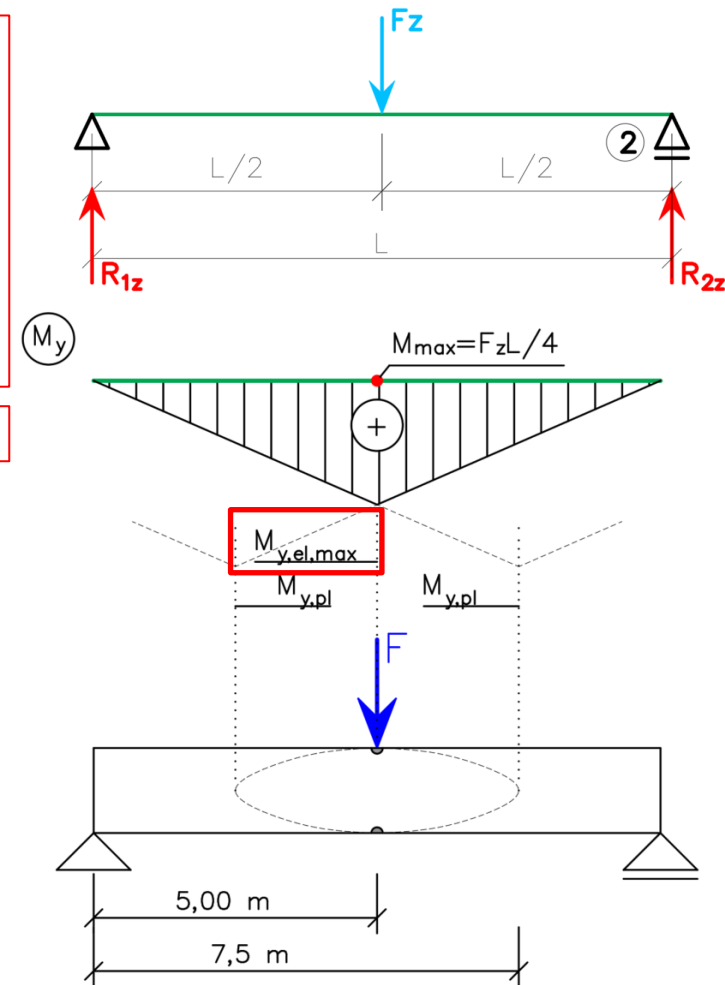
$$R_{1x} = 0$$

$$R_{1z} = \frac{F}{2}$$

$$R_{2z} = \frac{F}{2}$$

$$M_{y,max} = \frac{F_z L}{4}$$

$$L = 10 \text{ m}$$



Mez plastické oblasti:

$$\zeta^2 - \zeta \frac{2}{3} - \frac{1}{4} h^2 + \frac{M_y}{f_y b} = 0$$

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Plastický kloub reprezentuje oblast na konstrukci, kde dochází k zplastizování průřezu. Plastická oblast je definována pomocí proměnné ζ .

MEZNÍ ELASTICKÝ STAV

Ohybový moment: $M_{y,el,max} = 9 \cdot 10^3 \text{ kNm}$
 Mez plastické části: $\zeta = 0,3 \text{ m}$
 Osamělé břemeno: $F = 3,6 \cdot 10^3 \text{ kN}$

Mezní elastický stav na nosníku:

Vzdálenost na nosníku, kde je materiál poprvé dosáhne meze kluzu/pevnosti.

$$M_{y,el,max} = 9 \cdot 10^3 = \frac{F}{2} x$$

$$x = \frac{9 \cdot 10^3 \cdot 2}{3,6 \cdot 10^3} = 5 \text{ m}$$

Plně zplastizovaný průřez:

Vzdálenost na nosníku, kde je průřez zcela zplastizovaný.

$$M_{y,el,max} = 13,5 \cdot 10^3 = \frac{F}{2} x$$

$$x = \frac{13,5 \cdot 10^3 \cdot 2}{3,6 \cdot 10^3} = 7,5 \text{ m}$$

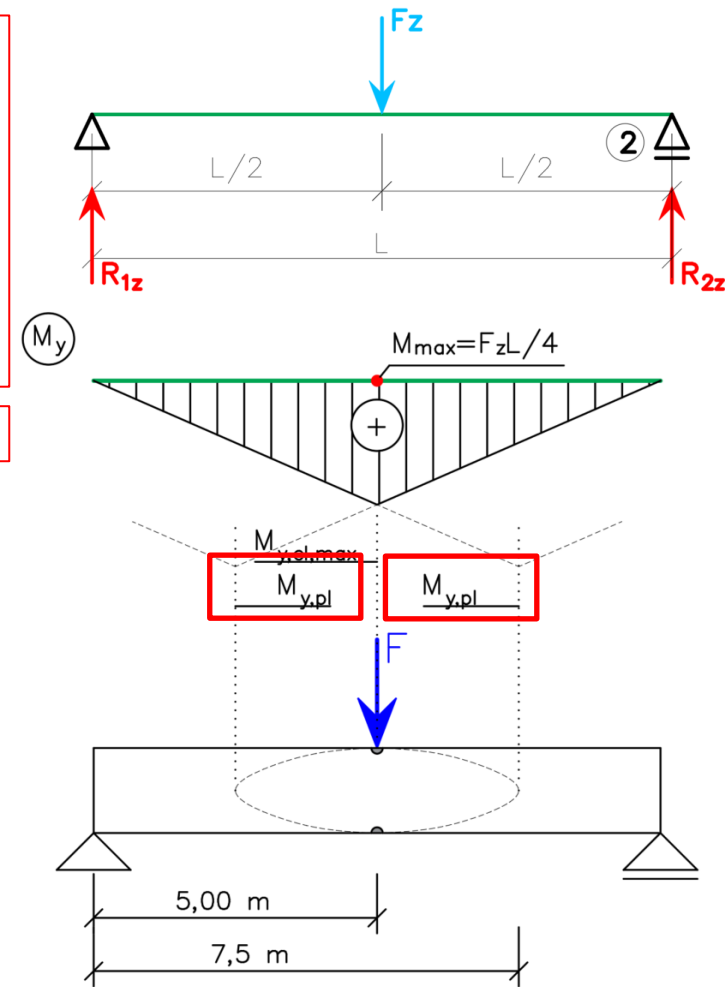
$$R_{1x} = 0$$

$$R_{1z} = \frac{F}{2}$$

$$R_{2z} = \frac{F}{2}$$

$$M_{y,max} = \frac{F_z L}{4}$$

$$L = 10 \text{ m}$$



Mez plastické oblasti:

$$\zeta^2 - \zeta \frac{2}{3} - \frac{1}{4} h^2 + \frac{M_y}{f_y b} = 0$$

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Plastický kloub reprezentuje oblast na konstrukci, kde dochází k zplastizování průřezu. Plastická oblast je definována pomocí proměnné ζ .

ELASTO-PLASTICKÝ STAV

Ohybový moment: $M_{y,el,max} = 11 \cdot 10^3 \text{ kNm}$

Mez plastické části: $\zeta = 0,1896 \text{ m}$

Osamělé břemeno: $F = 4,4 \cdot 10^3 \text{ kN}$

Mezní elastický stav na nosníku:

Vzdálenost na nosníku, kde je materiál poprvé dosáhne meze kluzu/pevnosti.

$$M_{y,el,max} = 9 \cdot 10^3 = \frac{F}{2} x$$
$$x = \frac{9 \cdot 10^3 \cdot 2}{4,4 \cdot 10^3} = 4,09 \text{ m}$$

Plně zplastizovaný průřez:

Vzdálenost na nosníku, kde je průřez zcela zplastizovaný.

$$M_{y,el,max} = 13,5 \cdot 10^3 = \frac{F}{2} x$$
$$x = \frac{13,5 \cdot 10^3 \cdot 2}{4,4 \cdot 10^3} = 6,13 \text{ m}$$

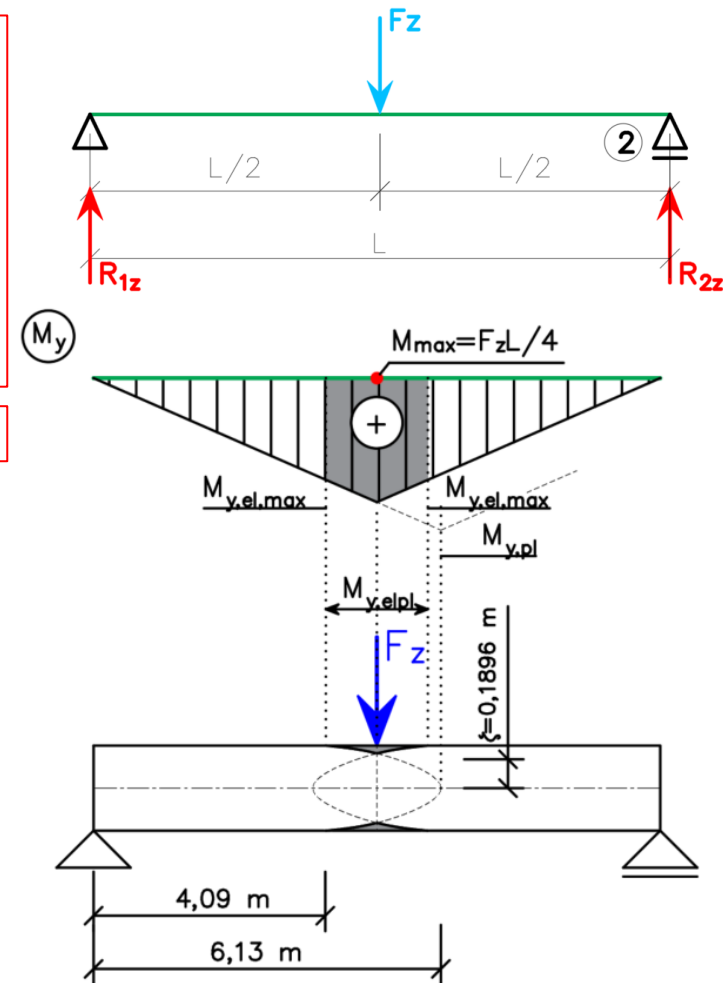
$$R_{1x} = 0$$

$$R_{1z} = \frac{F}{2}$$

$$R_{2z} = \frac{F}{2}$$

$$M_{y,max} = \frac{F_z L}{4}$$

$$L = 10 \text{ m}$$



Mez plastické oblasti:

$$\zeta^2 - \zeta \frac{2}{3} - \frac{1}{4} h^2 + \frac{M_y}{f_y b} = 0$$

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Plastický kloub reprezentuje oblast na konstrukci, kde dochází k zplastizování průřezu. Plastická oblast je definována pomocí proměnné ζ .

ELASTO-PLASTICKÝ STAV

Ohybový moment: $M_{y,el,max} = 12 \cdot 10^3 \text{ kNm}$

Mez plastické části: $\zeta = 0,1666 \text{ m}$

Osamělé břemeno: $F = 4,8 \cdot 10^3 \text{ kN}$

Mezní elastický stav na nosníku:

Vzdálenost na nosníku, kde je materiál poprvé dosáhne meze kluzu/pevnosti.

$$M_{y,el,max} = 9 \cdot 10^3 = \frac{F}{2} x$$
$$x = \frac{9 \cdot 10^3 \cdot 2}{4,8 \cdot 10^3} = 3,75 \text{ m}$$

Plně zplastizovaný průřez:

Vzdálenost na nosníku, kde je průřez zcela zplastizovaný.

$$M_{y,el,max} = 13,5 \cdot 10^3 = \frac{F}{2} x$$
$$x = \frac{13,5 \cdot 10^3 \cdot 2}{4,8 \cdot 10^3} = 5,625 \text{ m}$$

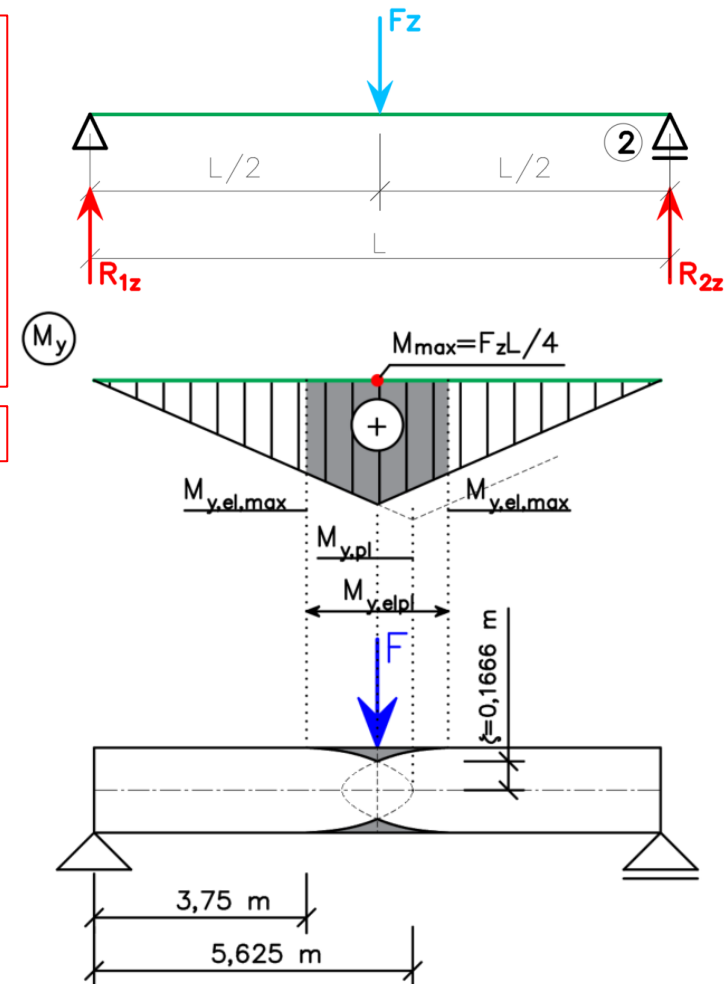
$$R_{1x} = 0$$

$$R_{1z} = \frac{F}{2}$$

$$R_{2z} = \frac{F}{2}$$

$$M_{y,max} = \frac{F_z L}{4}$$

$$L = 10 \text{ m}$$



Mez plastické oblasti:

$$\zeta^2 - \zeta \frac{2}{3} - \frac{1}{4} h^2 + \frac{M_y}{f_y b} = 0$$

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Plastický kloub reprezentuje oblast na konstrukci, kde dochází k zplastizování průřezu. Plastická oblast je definována pomocí proměnné ζ .

ELASTO-PLASTICKÝ STAV

Ohybový moment: $M_{y,el,max} = 13 \cdot 10^3 \text{ kNm}$

Mez plastické části: $\zeta = 0,1163 \text{ m}$

Osamělé břemeno: $F = 5,2 \cdot 10^3 \text{ kN}$

Mezní elastický stav na nosníku:

Vzdálenost na nosníku, kde je materiál poprvé dosáhne meze kluzu/pevnosti.

$$M_{y,el,max} = 9 \cdot 10^3 = \frac{F}{2} x$$
$$x = \frac{9 \cdot 10^3 \cdot 2}{5,2 \cdot 10^3} = 3,46 \text{ m}$$

Plně zplastizovaný průřez:

Vzdálenost na nosníku, kde je průřez zcela zplastizovaný.

$$M_{y,el,max} = 13,5 \cdot 10^3 = \frac{F}{2} x$$
$$x = \frac{13,5 \cdot 10^3 \cdot 2}{5,2 \cdot 10^3} = 5,19 \text{ m}$$

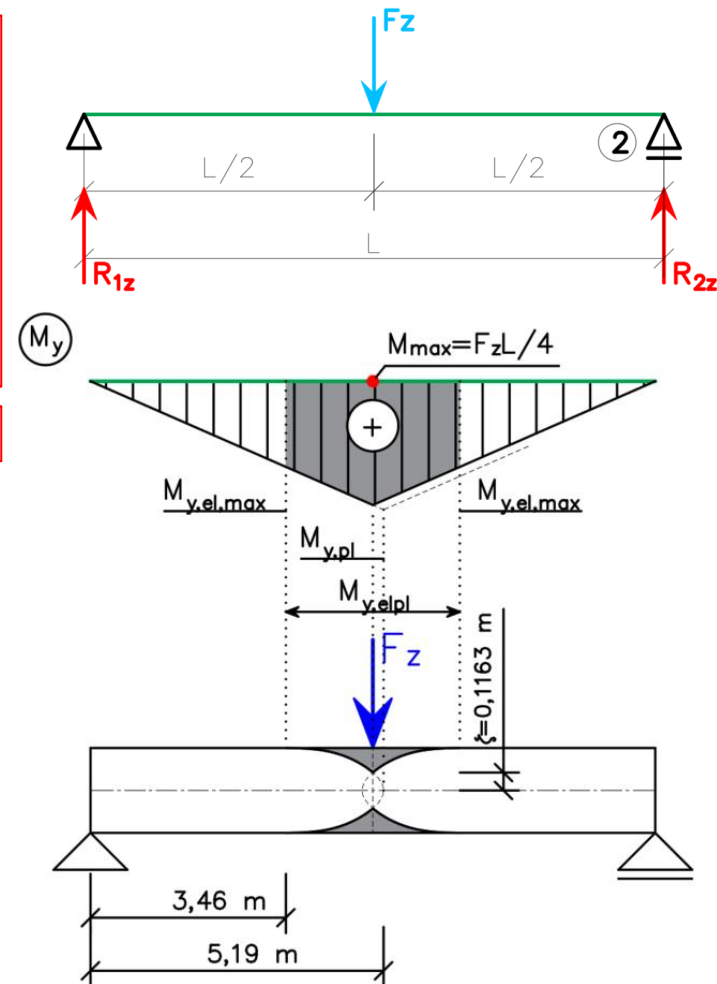
$$R_{1x} = 0$$

$$R_{1z} = \frac{F}{2}$$

$$R_{2z} = \frac{F}{2}$$

$$M_{y,max} = \frac{F_z L}{4}$$

$$L = 10 \text{ m}$$



Mez plastické oblasti:

$$\zeta^2 - \zeta \frac{2}{3} - \frac{1}{4} h^2 + \frac{M_y}{f_y b} = 0$$

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

Plastický kloub reprezentuje oblast na konstrukci, kde dochází k zplastizování průřezu. Plastická oblast je definována pomocí proměnné ζ .

PLNĚ ZPLASTIZOVANÝ PRŮŘEZ

Ohybový moment: $M_{y,pl} = 13,5 \cdot 10^3 \text{ kNm}$

Mez plastické části: $\zeta = 0,0 \text{ m}$

Osamělé břemeno: $F = 5,4 \cdot 10^3 \text{ kN}$

Mezní elastický stav na nosníku:

Vzdálenost na nosníku, kde je materiál poprvé dosáhne meze kluzu/pevnosti.

$$M_{y,el,max} = 9 \cdot 10^3 = \frac{F}{2} x$$

$$x = \frac{9 \cdot 10^3 \cdot 2}{5,4 \cdot 10^3} = 3,33 \text{ m}$$

Plně zplastizovaný průřez:

Vzdálenost na nosníku, kde je průřez zcela zplastizovaný.

$$M_{y,pl} = 13,5 \cdot 10^3 = \frac{F}{2} x$$

$$x = \frac{13,5 \cdot 10^3 \cdot 2}{5,4 \cdot 10^3} = 5,0 \text{ m}^2$$

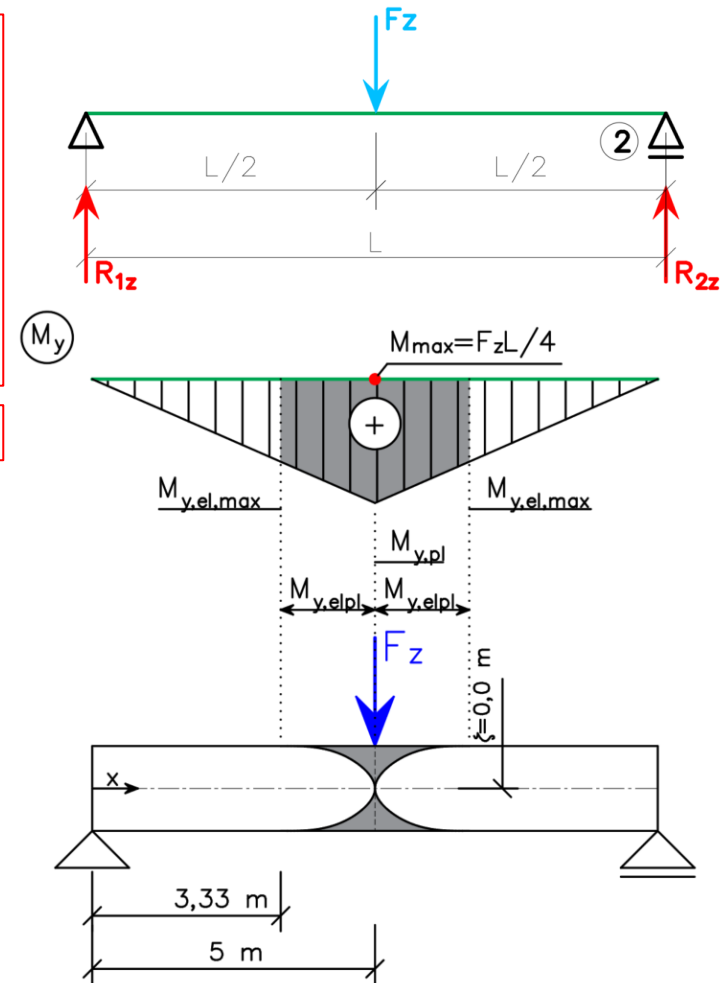
$$R_{1x} = 0$$

$$R_{1z} = \frac{F}{2}$$

$$R_{2z} = \frac{F}{2}$$

$$M_{y,max} = \frac{F_z L}{4}$$

$$L = 10 \text{ m}$$

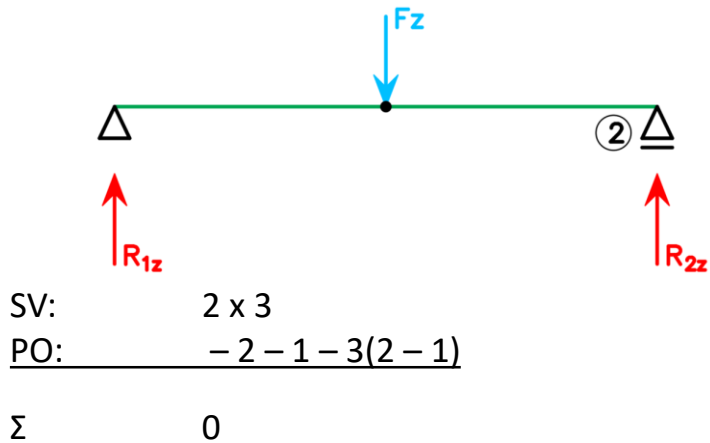


Mez plastické oblasti:

$$\zeta^2 - \zeta \frac{2}{3} - \frac{1}{4} h^2 + \frac{M_y}{f_y b} = 0$$

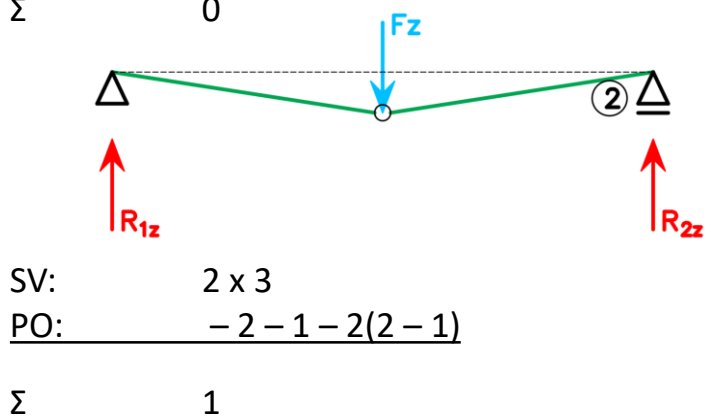
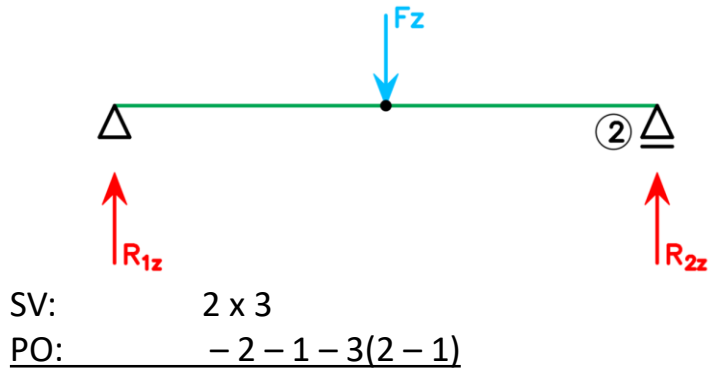
ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

V důsledku vytvoření **plastického kloubu** dochází ke zjednodušení vnitřní vazby, která vede u staticky určitých konstrukcí k vytvoření mechanismu a ztrátě stability.



ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

V důsledku vytvoření **plastického kloubu** dochází ke zjednodušení vnitřní vazby, která vede u staticky určitých konstrukcí k vytvoření mechanismu a ztrátě stability.

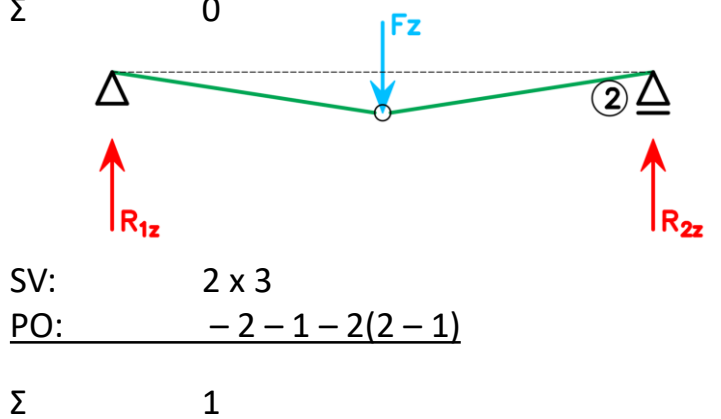
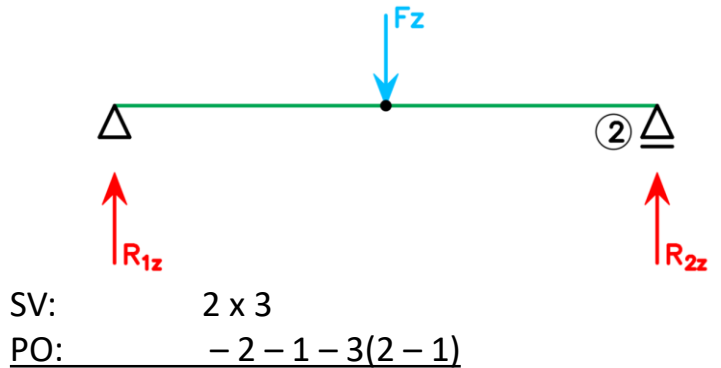


Konstrukce je 1x staticky **přeurčitá**, a tedy staticky nepřípustná. Dochází ke kolapsu konstrukce.

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

V důsledku vytvoření **plastického kloubu** dochází ke zjednodušení vnitřní vazby, která vede u staticky určitých konstrukcí k vytvoření mechanismu a ztrátě stability.

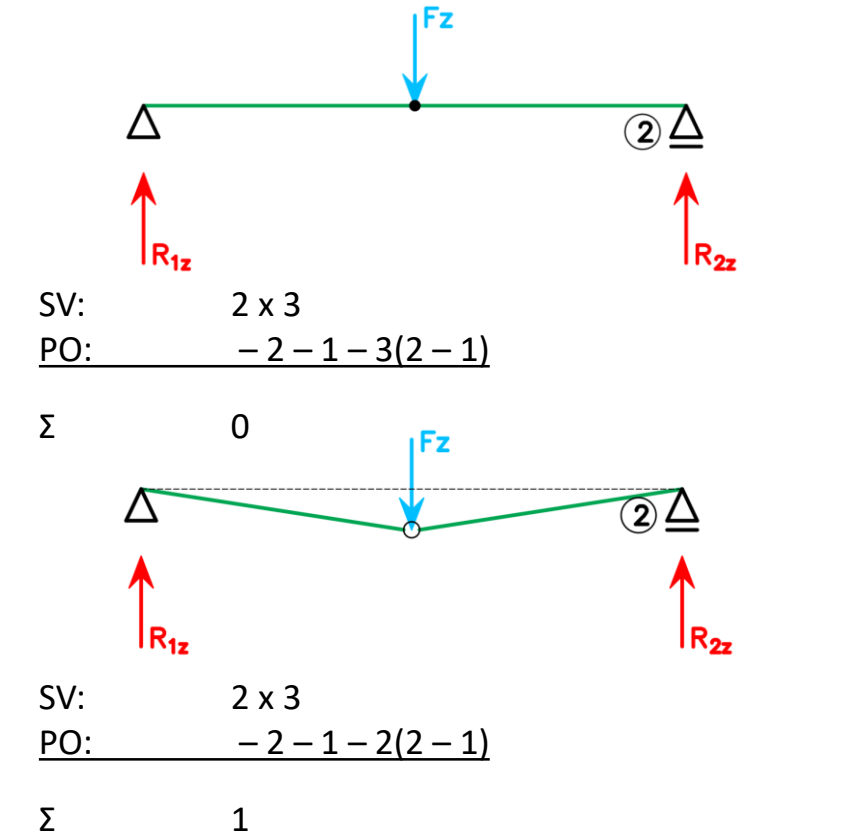
Jak bylo zmíněno, smykové napětí τ vzniká v důsledku změny normálového napětí σ ve směru x . V plastické zóně se ovšem nachází pouze konstantní hodnota maximálního napětí f_y . **Plastická zóna tedy nepřenáší žádné smykové napětí** a veškeré smykové zatížení přenáší pouze elastická část průřezu.



Konstrukce je 1x staticky **přeurčitá**, a tedy staticky nepřípustná. Dochází ke kolapsu konstrukce.

ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

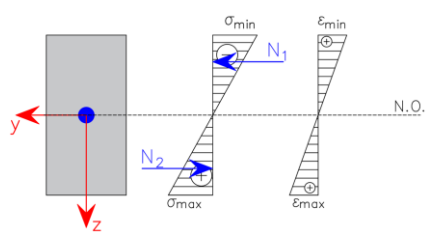
V důsledku vytvoření **plastického kloubu** dochází ke zjednodušení vnitřní vazby, která vede u staticky určitých konstrukcí k vytvoření mechanismu a ztrátě stability.



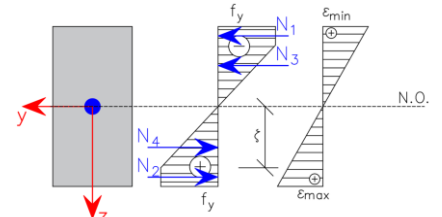
Konstrukce je 1x staticky **přeurčitá**, a tedy staticky nepřípustná. Dochází ke kolapsu konstrukce.

Jak bylo zmíněno, smykové napětí τ vzniká v důsledku změny normálového napětí σ ve směru x . V plastické zóně se ovšem nachází pouze konstantní hodnota maximálního napětí f_y . **Plastická zóna tedy nepřenáší žádné smykové napětí** a veškeré smykové zatížení přenáší pouze elastická část průřezu.

ELASTICKÝ PRŮŘEZ

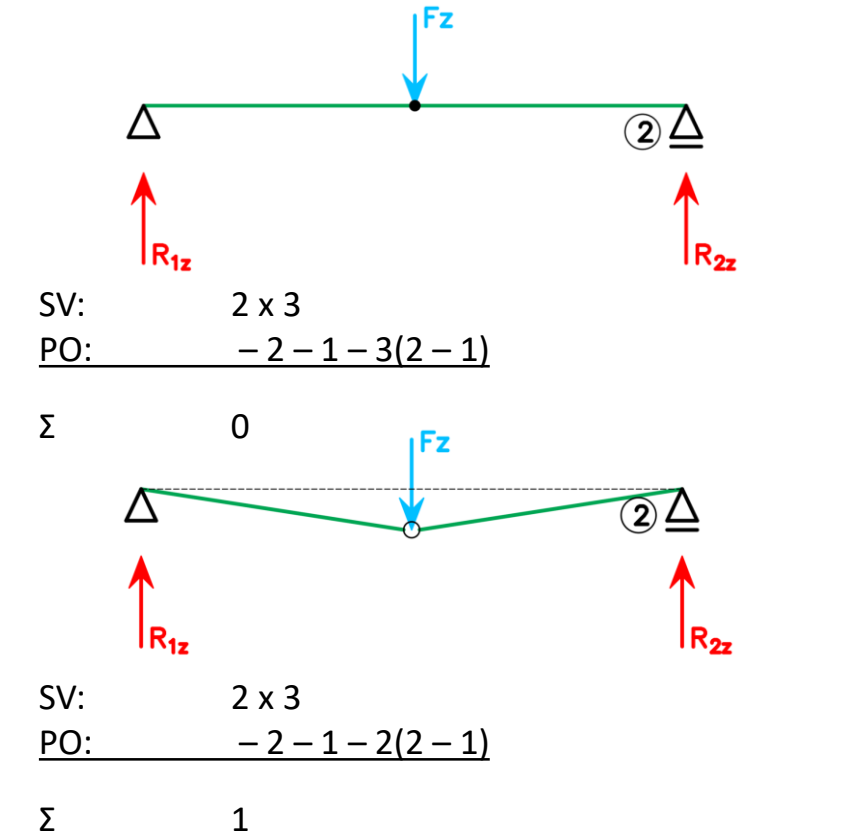


ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ



ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ

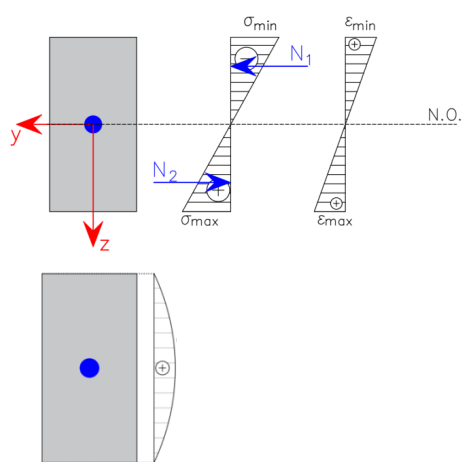
V důsledku vytvoření **plastického kloubu** dochází ke zjednodušení vnitřní vazby, která vede u staticky určitých konstrukcí k vytvoření mechanismu a ztrátě stability.



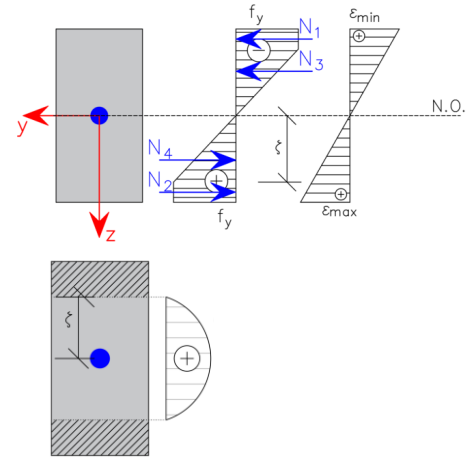
Konstrukce je 1x staticky **přeurčitá**, a tedy staticky nepřipustná. Dochází ke kolapsu konstrukce.

Jak bylo zmíněno, smykové napětí τ vzniká v důsledku změny normálového napětí σ ve směru x . V plastické zóně se ovšem nachází pouze konstantní hodnota maximálního napětí f_y . **Plastická zóna tedy nepřenáší žádné smykové napětí** a veškeré smykové zatížení přenáší pouze elastická část průřezu.

ELASTICKÝ PRŮŘEZ



ELASTO-PLASTICKÝ PRŮŘEZ



- NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU
 - TEORIE
 - PŘÍKLADY
- SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU
- **ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ**
- DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU
- STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU
 - TEORIE
 - PŘÍKLADY
- SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU
- ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ
- **DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU**
- STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

POSUN, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU

Již dříve byly vyjádřeny tyto rovnice:

$$\frac{du}{dx} = \frac{N_x}{EA}$$

$$-\frac{d^2v}{dx^2} = -M_z \frac{I_y}{EI} - M_y \frac{D_{yz}}{EI}$$

$$-\frac{d^2w}{dx^2} = M_z \frac{D_{yz}}{EI} + M_y \frac{I_z}{EI}$$

$$I = I_y I_z - D_{yz}^2$$

kde u , v a w reprezentují posuny ve směru kde x , y a z .

Pokud průřez natočíme tak, aby směry hlavních momentů setrvačnosti směřovaly do směrů zatížení, lze rovnice upravit na:

$$\frac{du}{dx} = \frac{N_x}{EA}$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M_z}{EI_z}$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M_y}{EI_y}$$

POSUN, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU

Již dříve byly vyjádřeny tyto rovnice:

$$\frac{du}{dx} = \frac{N_x}{EA}$$

$$-\frac{d^2v}{dx^2} = -M_z \frac{I_y}{EI} - M_y \frac{D_{yz}}{EI}$$

$$-\frac{d^2w}{dx^2} = M_z \frac{D_{yz}}{EI} + M_y \frac{I_z}{EI}$$

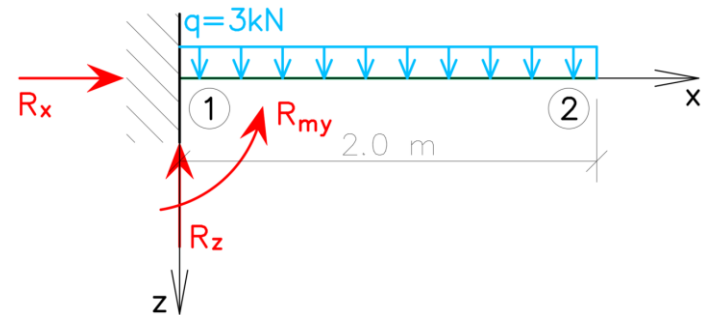
$$I = I_y I_z - D_{yz}^2$$

kde u , v a w reprezentují posuny ve směru kde x , y a z . Pokud průřez natočíme tak, aby směry hlavních momentů setrvačnosti směřovaly do směrů zatížení, lze rovnice upravit na:

$$\frac{du}{dx} = \frac{N_x}{EA}$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M_z}{EI_z}$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M_y}{EI_y}$$



Druhá derivace průhybu w reprezentuje křivost nosníku

$$\frac{d^2w}{dx^2} = w'' = -\frac{M_y}{EI_y}$$

První derivace průhybu w reprezentuje natočení nosníku

$$w' = -\frac{M_y}{EI_y}x + C_1$$

Průhyb w pak má hodnotu

$$w = -\frac{1}{2} \frac{M_y}{EI_y} x^2 + C_1 x + C_2$$

Konstanty C_1 a C_2 reprezentují geometrické okrajové podmínky. Konstanta C_1 reprezentuje počáteční natočení konstrukce, bude tedy platit $C_1 = 0$. Konstanta C_2 reprezentuje počáteční průhyb konstrukce. V tomto případě bude opět platit $C_2 = 0$.

POSUN, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU

Doplňme deformační rovnice o Swedlerovu větu:

POSUN, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU

Doplňme deformační rovnice o Swedlerovu větu:

Zatížení:

f

POSUN, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU

Doplňme deformační rovnice o Swedlerovu větu:

Zatížení:

$$f$$

Posouvající síla:

$$V_z = \int_L f \, dx = fx + C_1$$

POSUN, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU

Doplňme deformační rovnice o Swedlerovu větu:

Zatížení:

$$f$$

Posouvající síla:

$$V_z = \int_L f \, dx = fx + C_1$$

Ohybový moment:

$$M_y = \int_L fx + C_1 \, dx = \frac{1}{2}fx^2 + C_1x + C_2$$

POSUN, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU

Doplňme deformační rovnice o Swedlerovu větu:

Zatížení:

$$f$$

Posouvající síla:

$$V_z = \int_L f \, dx = fx + C_1$$

Ohybový moment:

$$M_y = \int_L fx + C_1 \, dx = \frac{1}{2}fx^2 + C_1x + C_2$$

Křivost:

$$w'' = -\frac{M_y}{EI_y} = -\frac{1}{EI_y} \left(\frac{1}{2}fx^2 + C_1x + C_2 \right)$$

POSUN, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU

Doplňme deformační rovnice o Swedlerovu větu:

Zatížení:

$$f$$

Posouvající síla:

$$V_z = \int_L f \, dx = fx + C_1$$

Ohybový moment:

$$M_y = \int_L fx + C_1 \, dx = \frac{1}{2}fx^2 + C_1x + C_2$$

Křivost:

$$w'' = -\frac{M_y}{EI_y} = -\frac{1}{EI_y} \left(\frac{1}{2}fx^2 + C_1x + C_2 \right)$$

Natočení:

$$w' = -\frac{1}{EI_y} \int \frac{1}{2}fx^2 + C_1x + C_2 \, dx$$

$$w' = -\frac{1}{EI_y} \left(\frac{1}{6}fx^3 + \frac{1}{2}C_1x^2 + C_2x + C_3 \right)$$

POSUN, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU

Doplňme deformační rovnice o Swedlerovu větu:

Zatížení:

$$f$$

Posouvající síla:

$$V_z = \int_L f \, dx = fx + C_1$$

Ohybový moment:

$$M_y = \int_L fx + C_1 \, dx = \frac{1}{2}fx^2 + C_1x + C_2$$

Křivost:

$$w'' = -\frac{M_y}{EI_y} = -\frac{1}{EI_y} \left(\frac{1}{2}fx^2 + C_1x + C_2 \right)$$

Natočení:

$$w' = -\frac{1}{EI_y} \int \frac{1}{2}fx^2 + C_1x + C_2 \, dx$$

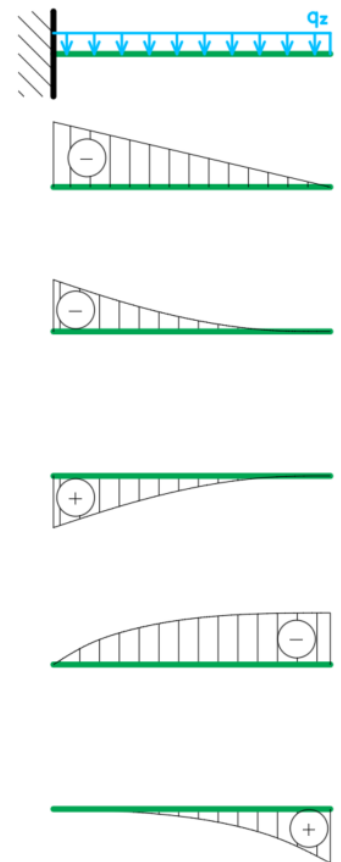
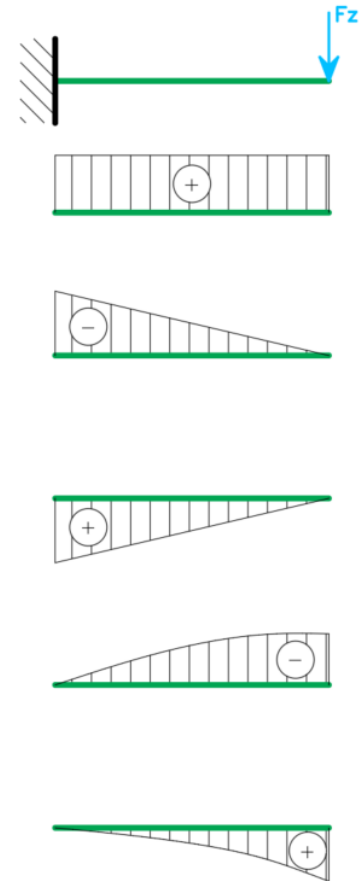
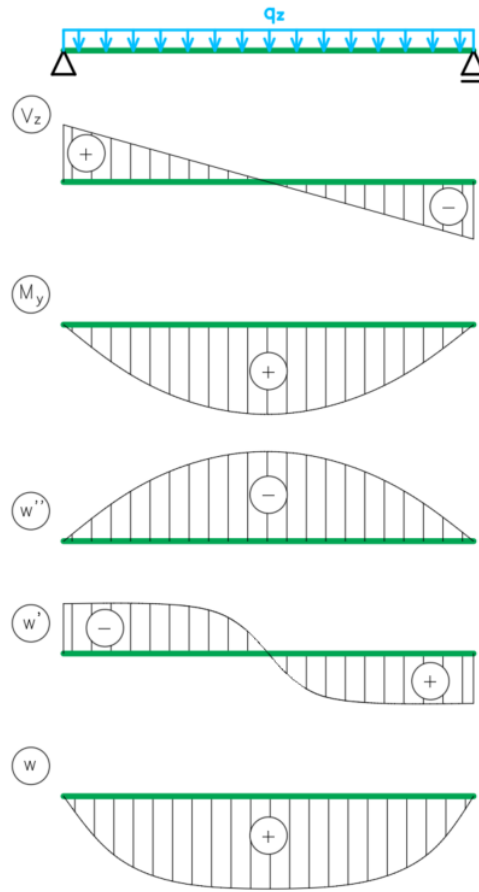
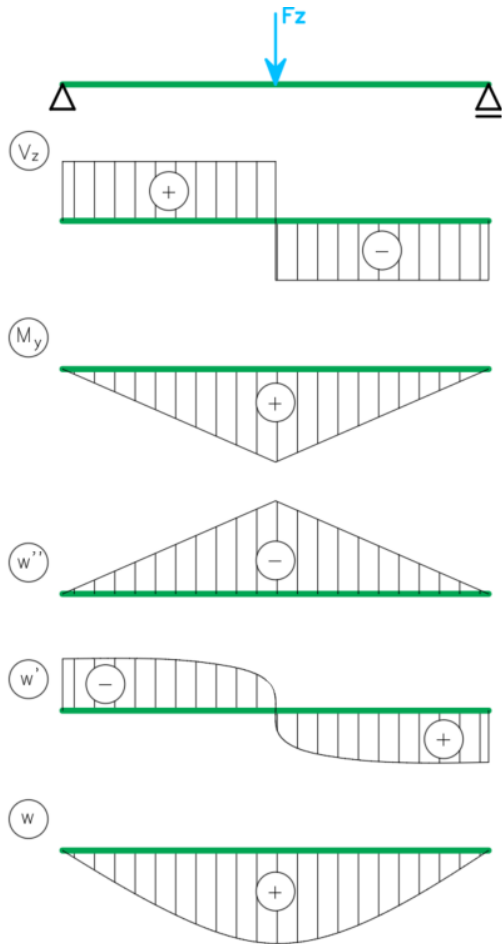
$$w' = -\frac{1}{EI_y} \left(\frac{1}{6}fx^3 + \frac{1}{2}C_1x^2 + C_2x + C_3 \right)$$

Průhyb/posun

$$w = -\frac{1}{EI_y} \int \frac{1}{6}fx^3 + \frac{1}{2}C_1x^2 + C_2x + C_3 \, dx$$

$$w = -\frac{1}{EI_y} \left(\frac{1}{24}fx^4 + \frac{1}{6}C_1x^3 + \frac{1}{2}C_2x^2 + C_3x + C_4 \right)$$

POSUN, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU



- NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU
 - TEORIE
 - PŘÍKLADY
- SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU
- ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ
- **DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU**
- STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- NORMÁLOVÉ NAPĚTÍ PO PRŮŘEZU PRUTU
 - TEORIE
 - PŘÍKLADY
- SMYKOVÉ NAPĚTÍ ZA OHYBU
- ELASTOPLASTICKÝ PRŮŘEZ
- DEFORMACE, PRŮHYB A NATOČENÍ PRUTU
- **STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE**

STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

$$R = SV$$

STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

$$R = SV$$

- U staticky neurčitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají více stupňů volnosti než připadá na konstrukci SV

$$R > SV$$

STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

$$R = SV$$

- U staticky neurčitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají více stupňů volnosti než připadá na konstrukci SV

$$R > SV$$

- Při výpočtu staticky neurčitých konstrukcí se neuplatňují pouze staticky okrajové podmínky, ale rovněž deformační okrajové podmínky.

STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

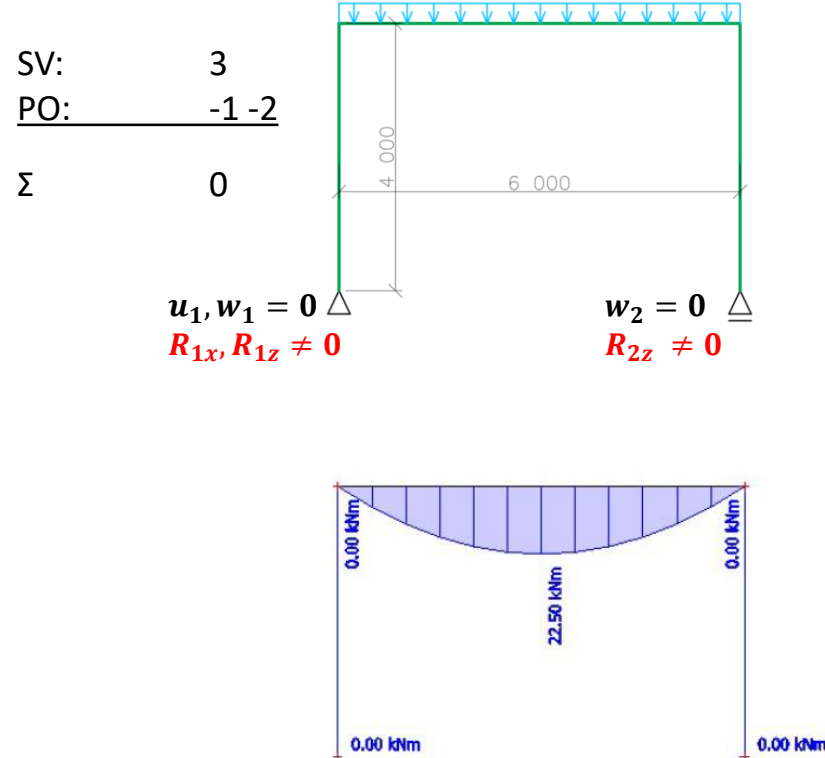
- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

$$R = SV$$

- U staticky neurčitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají více stupňů volnosti než připadá na konstrukci SV

$$R > SV$$

- Při výpočtu staticky neurčitých konstrukcí se neuplatňují pouze statické okrajové podmínky, ale rovněž deformační okrajové podmínky.



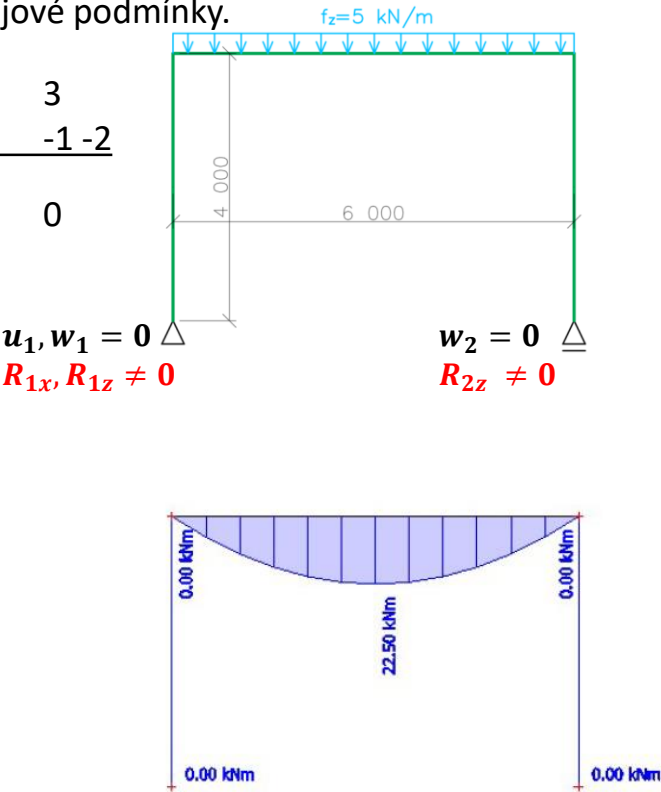
STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

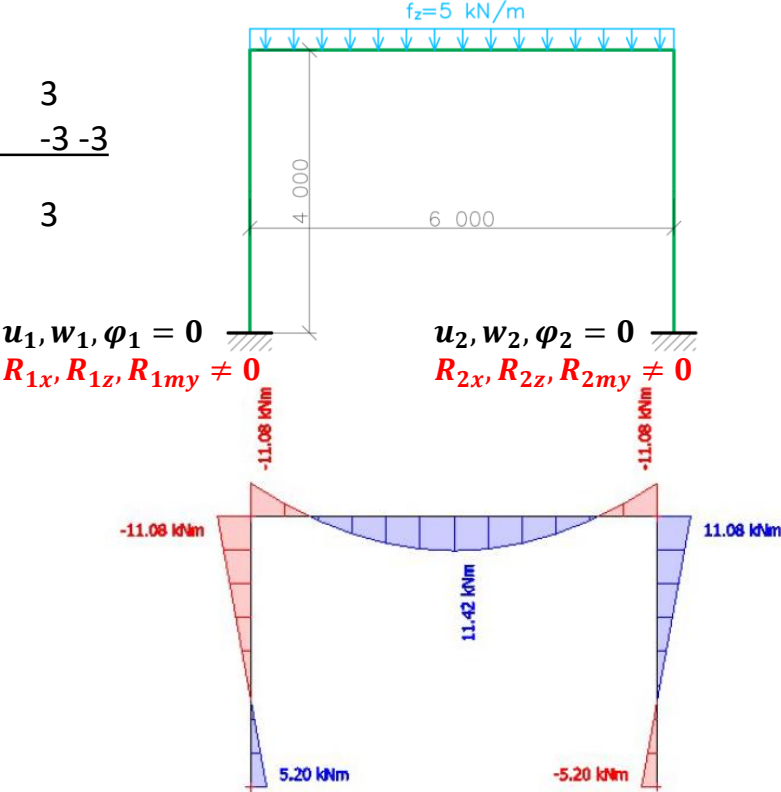
$$R = SV$$

- U staticky neurčitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají více stupňů volnosti než připadá na konstrukci SV
- Při výpočtu staticky neurčitých konstrukcí se neuplatňují pouze statické okrajové podmínky, ale rovněž deformační okrajové podmínky.

SV:	3
PO:	-1 -2
Σ	0



SV:	3
PO:	-3 -3
Σ	3



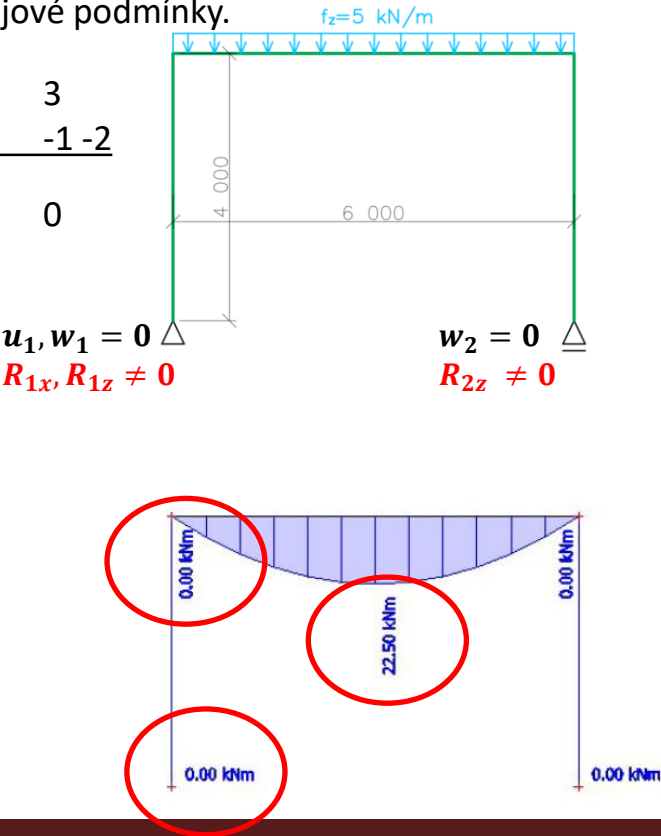
STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

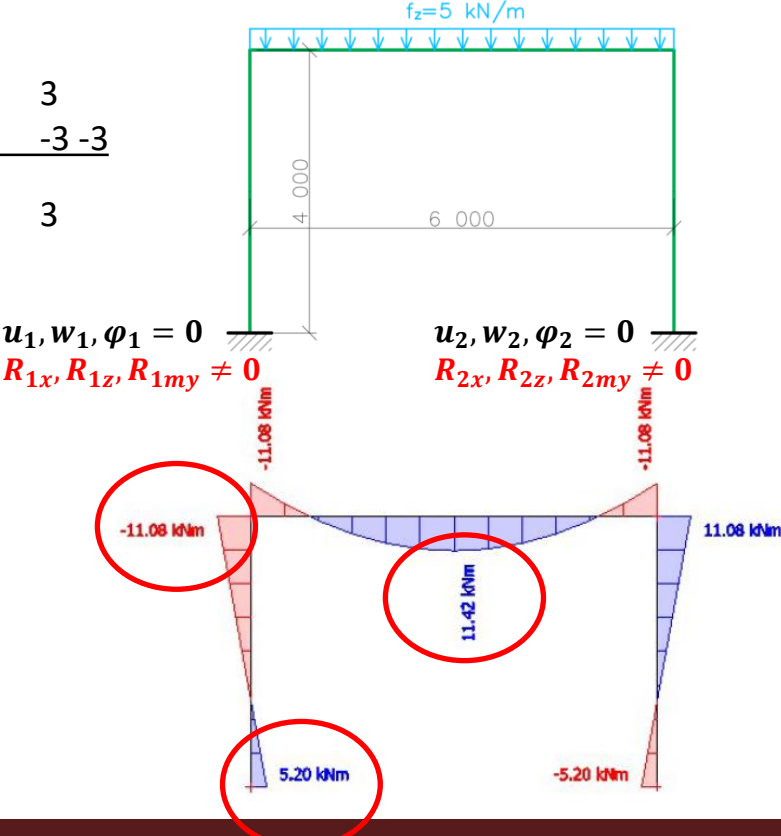
$$R = SV$$

- U staticky neurčitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají více stupňů volnosti než připadá na konstrukci SV
- Při výpočtu staticky neurčitých konstrukcí se neuplatňují pouze statické okrajové podmínky, ale rovněž deformační okrajové podmínky.

SV:	3
PO:	-1 -2
Σ	0



SV:	3
PO:	-3 -3
Σ	3



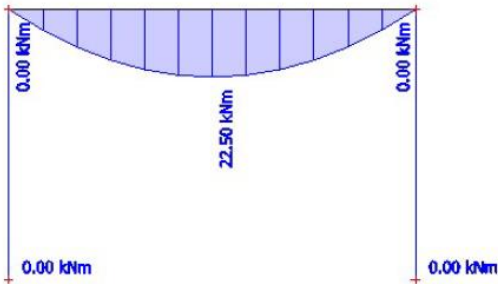
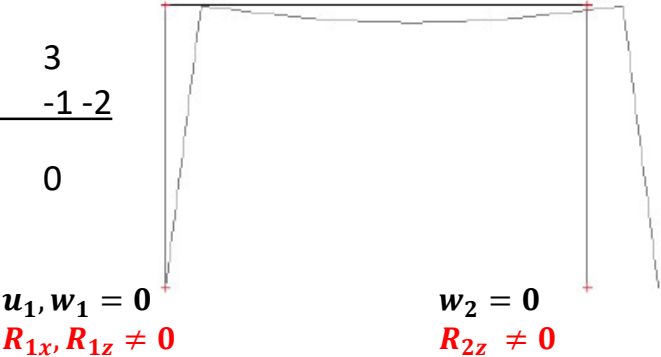
STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

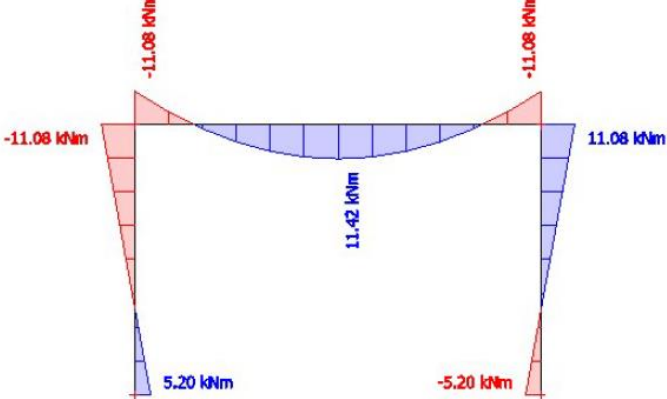
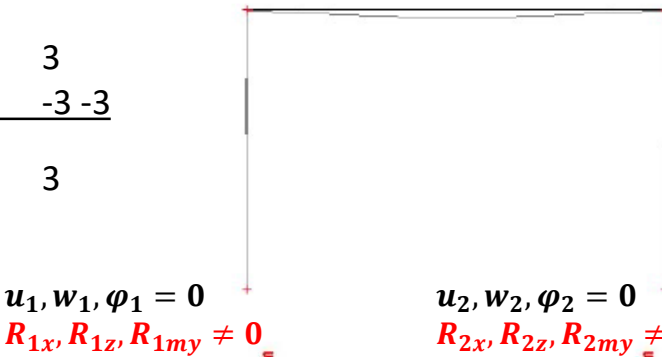
$$R = SV$$

- U staticky neurčitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají více stupňů volnosti než připadá na konstrukci SV
- Při výpočtu staticky neurčitých konstrukcí se neuplatňují pouze statické okrajové podmínky, ale rovněž deformační okrajové podmínky.

SV:	3
PO:	-1 -2
Σ	0



SV:	3
PO:	-3 -3
Σ	3

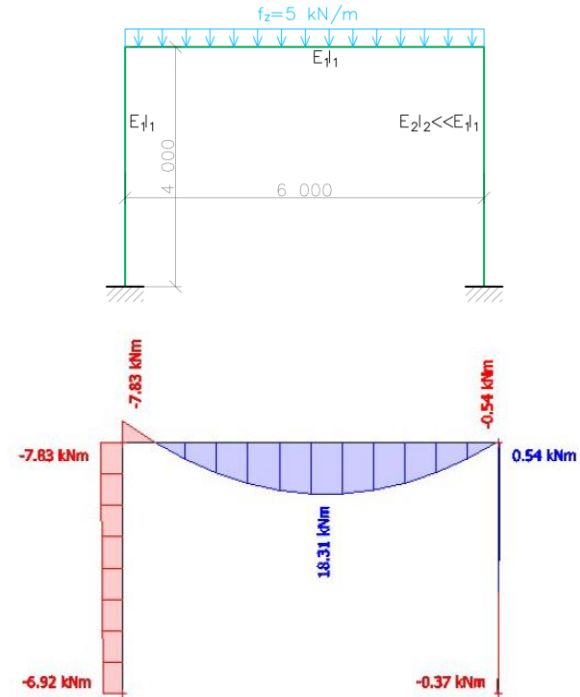
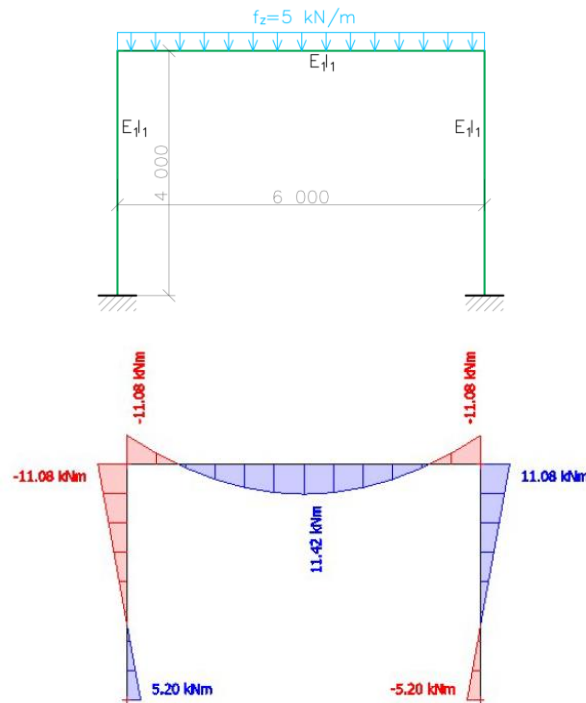


STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

$$R = SV$$

- U staticky neurčitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají více stupňů volnosti než připadá na konstrukci SV
 $R > SV$
- Při výpočtu staticky neurčitých konstrukcí se neuplatňují pouze statické okrajové podmínky, ale rovněž deformační okrajové podmínky.
- Účinky zatížení se u staticky neurčitých konstrukcí roznášejí dle tuhostí (EA, EI, GA) jednotlivých částí konstrukce.

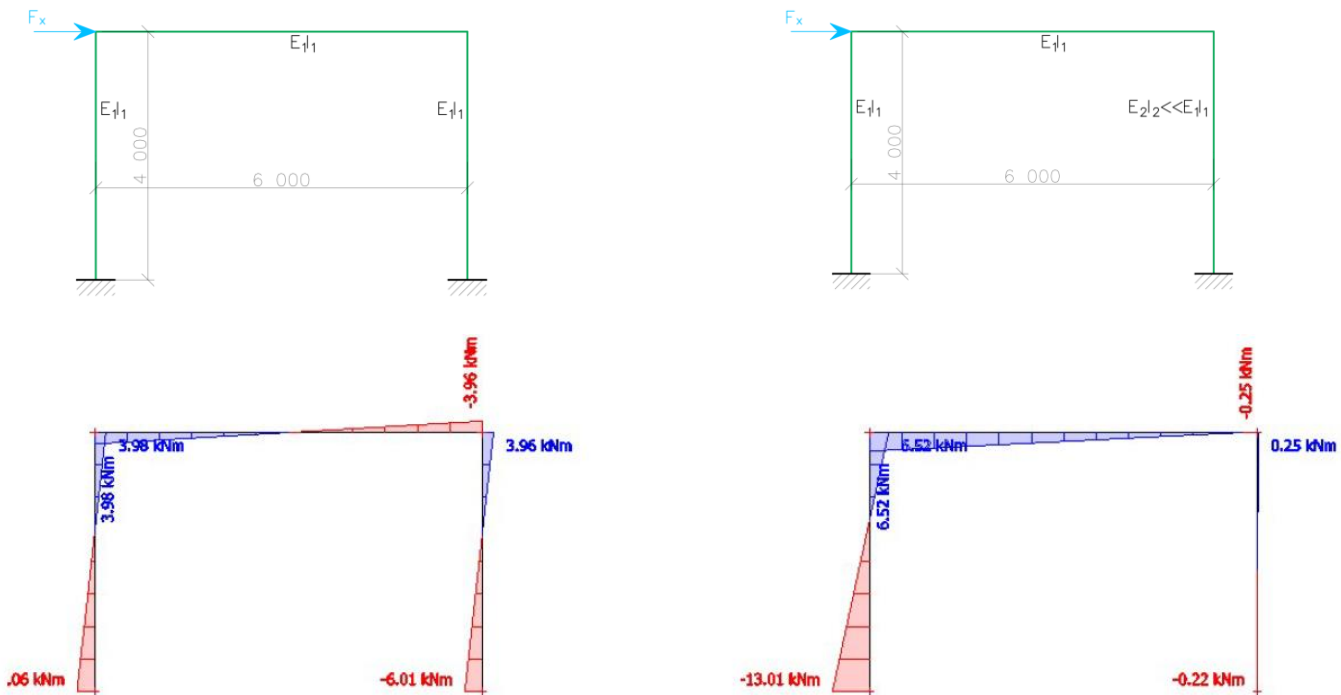


STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

$$R = SV$$

- U staticky neurčitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají více stupňů volnosti než připadá na konstrukci SV
 $R > SV$
- Při výpočtu staticky neurčitých konstrukcí se neuplatňují pouze statické okrajové podmínky, ale rovněž deformační okrajové podmínky.
- Účinky zatížení se u staticky neurčitých konstrukcí roznášejí dle tuhostí (EA, EI, GA) jednotlivých částí konstrukce.

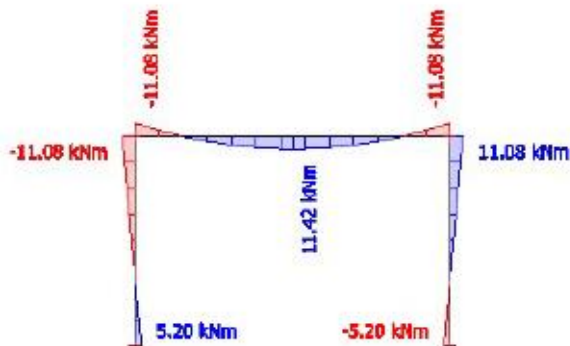
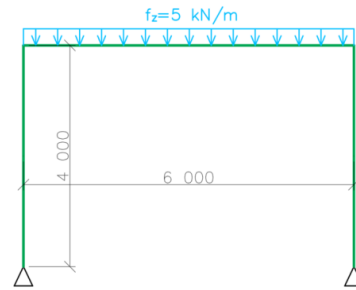


STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

$$R = SV$$

- U staticky neurčitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají více stupňů volnosti než připadá na konstrukci SV
 $R > SV$
- Při výpočtu staticky neurčitých konstrukcí se neuplatňují pouze statické okrajové podmínky, ale rovněž deformační okrajové podmínky.
- Účinky zatížení se u staticky neurčitých konstrukcí roznášejí dle tuhostí (EA, EI, GA) jednotlivých částí konstrukce.
- V případě porušení, staticky neurčité konstrukce umožňují redistribuci vnitřních sil a stabilizování konstrukce za současného navýšení deformací konstrukce.

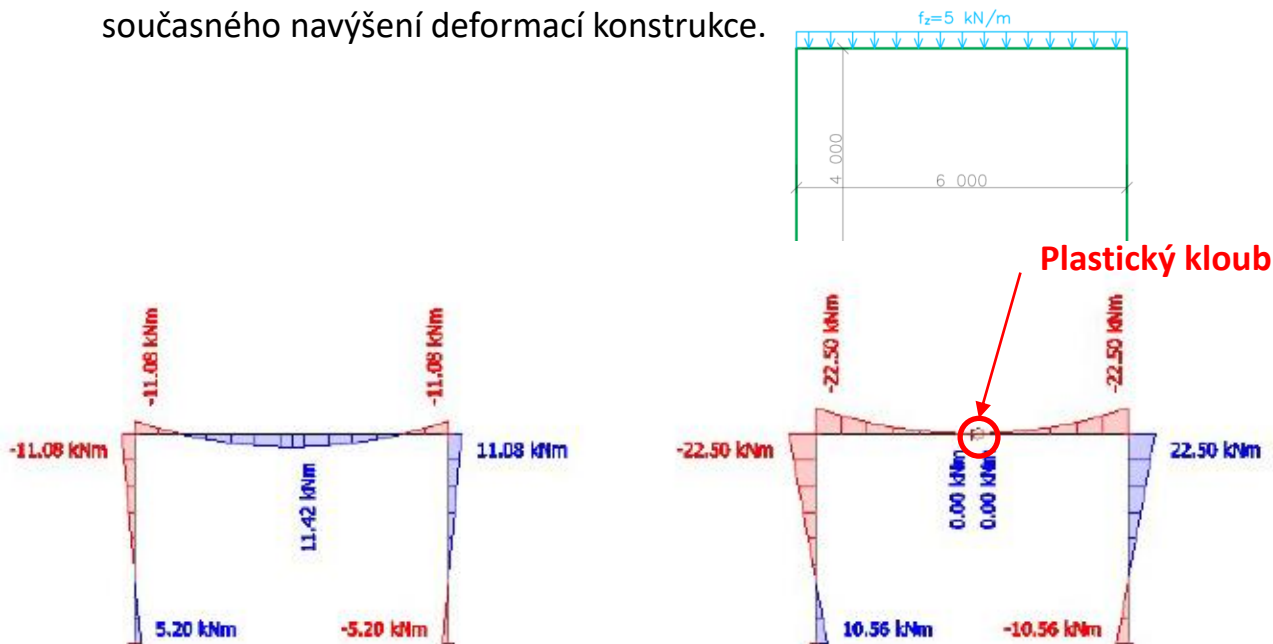


STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

$$R = SV$$

- U staticky neurčitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají více stupňů volnosti než připadá na konstrukci SV
 $R > SV$
- Při výpočtu staticky neurčitých konstrukcí se neuplatňují pouze statické okrajové podmínky, ale rovněž deformační okrajové podmínky.
- Účinky zatížení se u staticky neurčitých konstrukcí roznášejí dle tuhostí (EA, EI, GA) jednotlivých částí konstrukce.
- V případě porušení, staticky neurčité konstrukce umožňují redistribuci vnitřních sil a stabilizování konstrukce za současného navýšení deformací konstrukce.

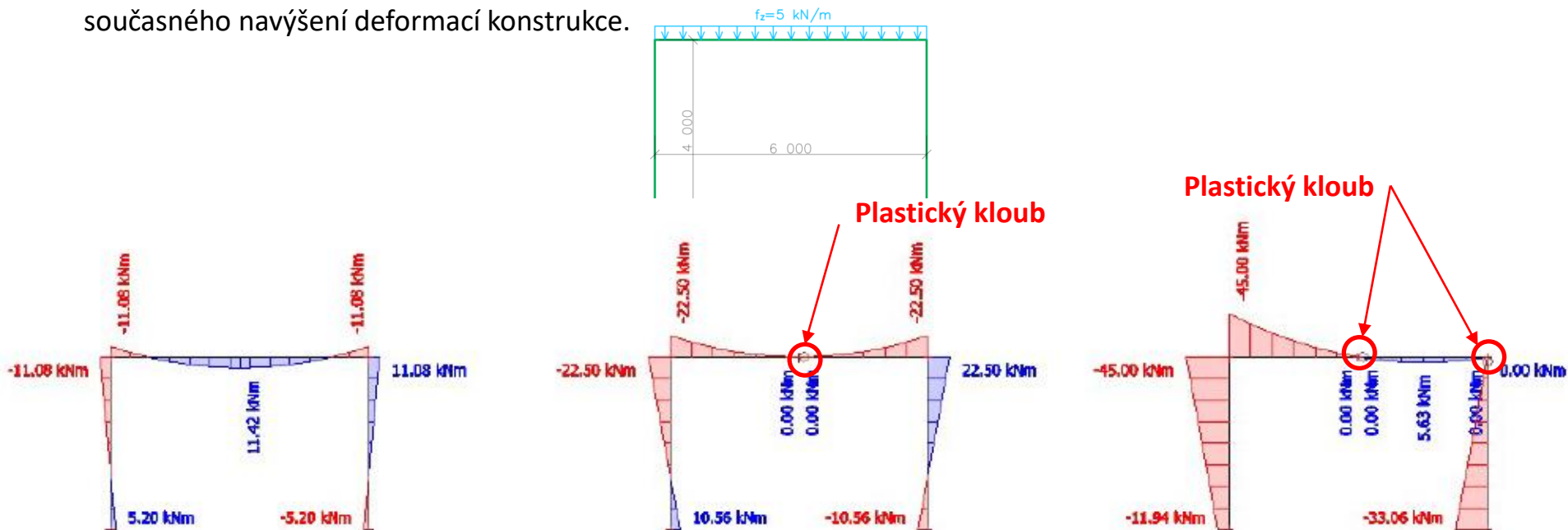


STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

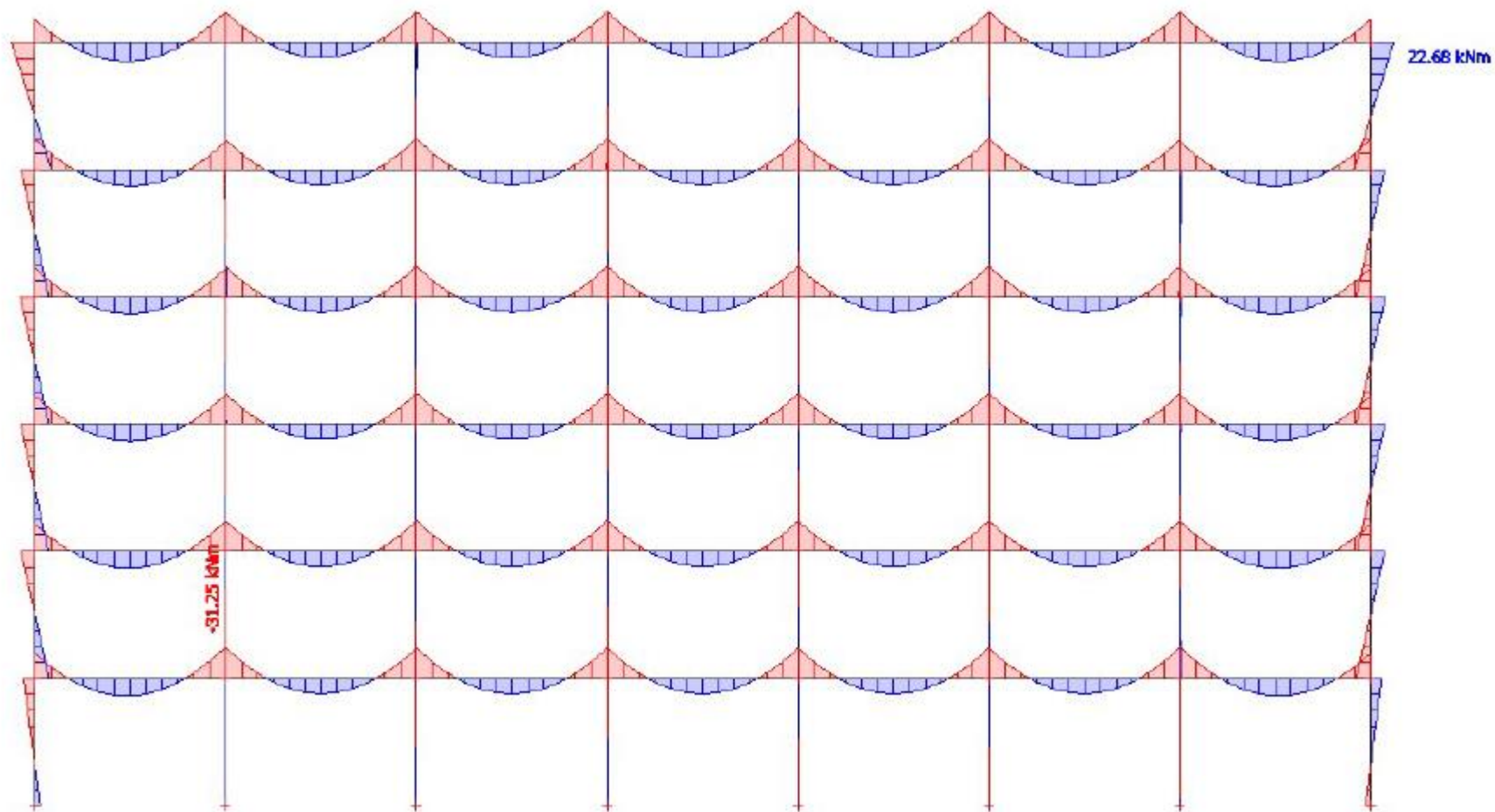
- U staticky určitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají právě tolik stupňů volnosti, kolik připadá na konstrukci SV

$$R = SV$$

- U staticky neurčitých konstrukcí vnitřní a vnější vazby R odebírají více stupňů volnosti než připadá na konstrukci SV
 $R > SV$
- Při výpočtu staticky neurčitých konstrukcí se neuplatňují pouze statické okrajové podmínky, ale rovněž deformační okrajové podmínky.
- Účinky zatížení se u staticky neurčitých konstrukcí roznášejí dle tuhostí (EA , EI , GA) jednotlivých částí konstrukce.
- V případě porušení, staticky neurčité konstrukce umožňují redistribuci vnitřních sil a stabilizování konstrukce za současného navýšení deformací konstrukce.



STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE



STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

