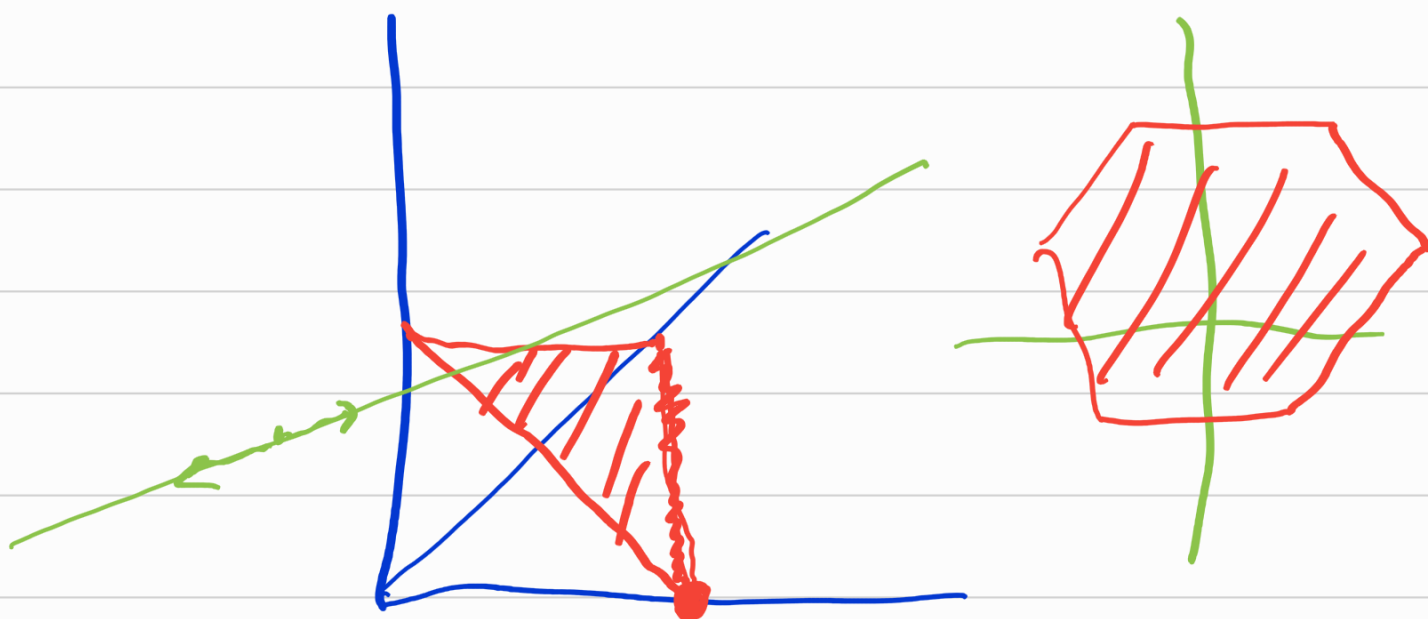




Bázická řešení  $\leftrightarrow$  vrcholy mnohostěnu  
 Úloha v rovnicovém tvaru

$$\begin{array}{l} \max x^T c \\ \text{přes } x \geq 0 \\ \text{za podmínek } Ax = b \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{\# řádků} \\ \uparrow \\ \text{rank}(A) = m \end{array}$$

$n - m$   $x_i = 0$   
 $m$

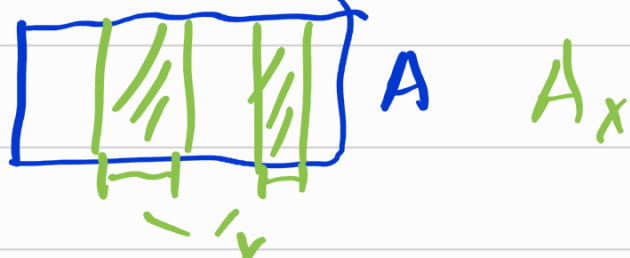
Def: Bázické přípustné řešení úlohy LP  
 je takové příp. řeš., že vy podmínek LP platí  
 s rovností. (lineárně nezávislých

- rovnice
- nerovnice splněné s rovností
- podmínky nezápornosti splněné s rovností

Def: Máme úlohu LP v rovnicovém tvaru

- Báze je  $B \subseteq \{1, \dots, n\}$  tak, že  $A_B$  je regulární
- Bázické řešení od porádající bázi  $B$   
 je řešení  $Ax = b$  t. že  $x_i = 0 \quad \forall i \notin B$
- B je přípustná báze - toto řešení je přípustné  
 (tj. nezáporné)

$$\underline{A}x = A_*x$$



$$A \cdot x = b \leadsto$$

$$\underline{A}_B \cdot x_B = b$$

$$x_B = \begin{pmatrix} 14 \\ 20 \end{pmatrix}$$

L: Necht'  $x$  je přípustné řešení.

Pak  $x$  je bázecké  $\mid K = \{i \mid x_i \neq 0\}$   
 $\Leftrightarrow$  sloupce  $A_K$   
 jsou lineárně nezávislé

L: Přípustná bázecká řešení jsou právě vrcholy množiny přípustných řešení.

$K \subseteq$ : Máme  $B$ , příp. řeš.  $x$

$$Ax = b$$

$$x_i = 0 \quad \forall i \notin B$$

$\geq$ :  $x$  vrchol ... je průnik faset  
 def. rovnicemi  $x_i = 0$

Def: Simplexová tabulka určená k'zi  $B$  je soustava  $m+1$  lin. rovnic s prom.  $x_1, \dots, x_n$ , z která má stejná řešení jako

$$Ax = b$$

$$z = c^T x$$

a navíc sloupce proměnných  $B$  tvoří jednotkovou matici.

Značíme  $B \dots$  indexy bázičkových prom.  
 $N \dots$  indexy ostatních prom.

$$\begin{aligned} x_B &= p + Q x_N \\ z &= z_0 + r^T x_N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow x_B \begin{cases} x_3 = 1 + \boxed{x_1} - x_2 \\ x_4 = \underline{30} - \boxed{x_1} + x_2 = 0 \quad x_2 = 3 \\ z = \boxed{\phantom{0}} + \boxed{2x_1} + \boxed{x_2} \end{cases} x_N \end{aligned}$$

Pozorování:  $p$  je odpovídající bázičkové řeš.

$B$  je přípustná  $\Leftrightarrow p \geq 0$   
 $(r_i > 0 \wedge (\forall j \in B) \quad a_{ji} > 0) \Rightarrow$  úloha je neomezená

$r \leq 0 \Rightarrow$  báze  $B$  udává optimum  
 t.j. příslušné bázičkové řeš. je optimum

L: V simplexové tabulce pro bázi  $B$   
 je

$$p = A_B^{-1} \cdot b \quad Q = -A_B^{-1} \cdot A_N$$

$$z_0 = c_B^T A_B^{-1} b \quad r = c_N - (c_B^T A_B^{-1} A_N)^T$$

$$\underbrace{A_B^{-1} A x = A_B^{-1} b}_{A_B^{-1}}$$

# PIVOTOVACÍ KROK

Máme:  $B = \{j_1, \dots, j_m\}$

$$N = \{l_1, \dots, l_{n-m}\}$$

$l_t$  vstupuje do báze

$j_s$  vystupuje z báze

$$x_B = p + Q x_N$$

$$z = z_0 + r^T x_N$$

①  $l_t$  takže  $r_t \geq 0$

neexistuje  $\Rightarrow$  konec, máme optimum

②  $j_s$  takže  $q_{st} < 0$

a  $-\frac{p_s}{q_{st}}$  je mezi nimi minimální

neexistuje  $\Rightarrow$  konec, neomezená úloha

③ úprava tabulky

---

## PIVOTOVACÍ PRAVIDLA

- vstupuje  $l_t$  s maximálním  $r_t$
- $l_t$  takže výsledné  $z_0$  je maximální (výpočetně náročné)

- nejstrmější hranice  
maximalizujeme  $c^T \frac{x_{nové} - x}{\|x_{nové} - x\|}$

prakticky používané

- Blandovo pravidlo (necykli)

$l_t$  co nejmenší

$j_s$  co nejmenší

- lexikografické pravidlo  $t$  (necykli)

$l_t$  libovolně

$j_s$  :  $\left( \frac{q_{s1}}{q_{st}}, \frac{q_{s2}}{q_{st}}, \dots, \frac{q_{s(n-m)}}{q_{st}} \right)$

vyberu lexikograficky nejmenší  
vektor

- $l_t$  náhodně